

FIR-Filter funktional verstehen (ohne mathematische Formeln)

Vorwort

Ziel dieses Dokumentes ist es, die funktionalen und eigentlich einfachen Hintergründe von FIR-Filtern und deren Arbeitsweise zu verdeutlichen. In den meisten für Ingenieure gedachten bzw. geeigneten Veröffentlichungen wird sehr frühzeitig auf die mathematischen Hintergründe aufgesetzt. Dies behindert den Blick auf den, sagen wir einmal, technisch-physikalischen Zusammenhang. Die mathematische Abbildung folgt im Grunde nur diesen Zusammenhängen.

In diesem Kontext etwas provokativ formuliert: Die Realität kennt keine Mathematik, letztere beschreibt und quantifiziert die Realität lediglich.

Daher rührt auch die Motivation zu der folgenden eher rein funktionalen Betrachtung. Es fällt häufig schwer (aus eigener Erfahrung), sich auf mathematische Modelle einzulassen, ohne die funktionalen Zusammenhänge zu verstehen. Die mathematischen Modelle werden zwar später oft ohne Probleme angewandt, jedoch bleibt dieses Gefühl, nicht so ganz genau zu wissen, was dort in Folge im realen Ablauf geschieht.

Dem soll dies Dokument entgegenwirken sowie zeigen, dass FIR-Filter kein mathematisches Hexenwerk sind, sondern im Grunde recht einfache Elemente der Signalverarbeitung.

Vorausgesetzt werden wenige Basiskenntnisse der Elektrotechnik (sprich Grundelemente und Größen wie Frequenzgang, Zeitverhalten ...). Ferner sollte eine rudimentäre Vorstellung zu Differentiation (Unterschiede extrahieren) und Integration (Aufsummieren) vorhanden sein. Nicht zuletzt bedarf es einer gewissen Grundvorstellung, was **FiniteImpulseResponse**-Filter von **InfiniteImpulseResponse**-Filtern unterscheidet, was sie zu leisten vermögen bzw. eben auch nicht.

Wem es nur um das ganz grundlegende Verständnis der Funktionsweise von FIR-Filtern geht, dem sei die Lektüre bis inklusive Kapitel 2.5 angeraten. In Kapitel 3 wird an einem einfachen Beispiel die Optimierung einer Strecke (eines Systems) aufgezeigt. Die nachfolgenden Kapitel beleuchten FIR-Filter in funktionalen Zusammenhang in Nachbildung, Anwendung und Korrekturfunktion. Für die Kapitel 5 bis 7 empfiehlt sich zum weitergehenden Verständnis ein Nachvollziehen mittels der dort eingesetzten Software (Demoversion). Kapitel 8 gibt einen kleinen Einblick in die Leistungsfähigkeit von FIR-Filtern bei der Korrektur der Frequenzantwort von einfachen Strecken bis hin zu der von Lautsprecherkomponenten.

Dieses Dokument ist, aufgrund der vielen Bildschirmkopien und der damit verbundenen Notwendigkeit diese hinreichend groß darstellen zu können, nur in elektronischer Form verfügbar. Ein Ausdruck ist deshalb verriegelt.

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen Frequenzgang, Zeitverhalten von „Systemen bzw. Strecken“	1
1.1	Zusammenhang Frequenz-/Phasengang, Sprungantwort und Impulsantwort.....	2
1.2	Etwas Hintergrund zum Tiefpassverhalten	3
2	Überführung eines Analogen Systems in eine Digitale Systemnachbildung	4
2.1	Beispielhafte Anwendungsbereiche einer Streckennachbildung.....	4
2.2	Überführung eines analogen Tiefpasses in ein digitales System.	6
2.3	Aufbau eines digitalen Systems zur Streckennachbildung	10
2.4	Der Tiefpass in FIR-Filternachbildung	11
2.5	Eine kleine Zusammenfassung	15
3	Mittels FIR-Filter eine Strecke optimieren	16
3.1	FIR-Korrekturkoeffizienten über Sprunganregung ermitteln.....	17
3.2	FIR-Korrekturkoeffizienten über Impulsanregung ermitteln	22
3.3	Phase und Gruppenlaufzeit bei FIR-Filtern	27
3.4	FIR-Filter aus Kapitel 3.1/3.2 mit geänderter Phase.....	28
4	Wirkungszusammenhänge beim Einsatz von FIR-Filtern	30
4.1	Wir konstruieren ein Beispiel: „Gleitender Mittelwert“ (Tiefpass).....	30
4.2	Zeit- bzw. Frequenzzusammenhänge im Schnelldurchgang.....	35
4.3	Down-/Upsampling zur Rechenentlastung	36
5	Beispiele: Wirkung Filterlänge zu Filteranforderung	37
5.1	Beispiele anhand Tiefpässen.....	37
5.1.1	Tiefpass 1. Ordnung, f_{og} 1kHz	38
5.1.2	Tiefpass 2. Ordnung, f_{og} 1kHz	39
5.1.3	Tiefpass 4. Ordnung, f_{og} 1kHz	40
5.2	Tiefpässe, Hochpässe, was ist der „zu bearbeitende Frequenzbereich“?	42
5.3	Beispiele anhand Hochpässen.....	42
5.3.1	Hochpass 1. Ordnung, f_{ug} 1kHz	43
5.3.2	Hochpass 2. Ordnung, f_{ug} 1kHz	44
5.3.3	Hochpass 4. Ordnung, f_{ug} 1kHz	46
5.4	Zuordnung Impulsverhalten FIR-Filter zu Frequenzgang.....	49
5.4.1	Impulsantworten von Tiefpässen	49
5.4.2	Impulsantworten von Hochpässen	52
6	Beispiele: Wirkung von Gewichtungskurven (Fensterfunktion)	55
6.1	Das Rechteckfenster „Boxcar“ (keine Fensterwirkung).....	55

6.2	Das Hanningfenster	56
6.3	Das „Cosine Tapered“ Fenster (in Anlehnung Tukey Fenster)	57
6.4	Das „Modified Adrienne“ Fenster	58
6.5	Das „Modified Adrienne“ Fenster ohne DC-Kompensation.....	59
6.6	DC-Kompensation: Anwendung und Wirkung	60
6.7	Eine Zusammenfassung zu Gewichtungskurven/-funktionen.....	64
7	FIR versus IIR, ein Vorteil: „Phasenfreie“ Filter.....	65
7.1	Phasengangfreier Tiefpass 1. Ordnung.....	66
7.2	Phasenganginvertierte Filter.....	68
8	FIR-Korrektur in komplexen Systemen.....	70
8.1	Korrektur eines realen vorliegenden Lautsprechersystems	70
8.2	Eine Vorstellungshilfe zur Korrektur im Zeitverhalten	74
8.3	Korrektur mit/ohne Phasengangberücksichtigung	76
8.3.1	Minimalphasige FIR-Korrektur, Typ1	77
8.3.2	Minimalphasige FIR-Korrektur, Typ2	79
8.3.3	FIR-Korrektur mit Nullphasengang des Korrekturfilters	81
8.3.4	Linearphasige FIR-Korrektur.....	84
8.4	Eine versteckte Stolperstelle bei FIR-Korrekturen	87
9	Zusammenfassung	90
10	Literaturverzeichnis.....	90

1 Grundlagen Frequenzgang, Zeitverhalten von „Systemen bzw. Strecken“

Ein „System“, auch Strecke genannt, kann z.B. ein Lautsprecher sein (wandelt elektrische Energie in akustische um), ein Motor (wandelt elektrische in mechanische Energie), eine elektrische Frequenzweiche mit Hochpässen (filtern tiefe Frequenzen aus einem elektrischen Signal) und Tiefpässen (filtern hohe Frequenzen heraus), ...

Die Betrachtung des Verhaltens eines Systems kann aus mehreren Sichten erfolgen:

- Frequenz- bzw. Amplitudengangverhalten, also welche Frequenzen werden wie stark durchgelassen, welche gedämpft (Verstärkung über der Frequenz, Ausgangsgröße zu Eingangsgröße) verknüpft mit
- Phasengang, dieser beschreibt die zeitliche Verschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangssignal (Phase über der Frequenz)
- Beides zusammengefasst wird als „Frequenzantwort“ (Abbildung 1) bezeichnet

Diese Sichtweise in der sogenannten Frequenzebene ist für gewöhnlich den Nachrichtentechnikern etwas mehr eigen, die folgende in der Zeitebene mehr den Regelungstechnikern.

- Sprungantwort (Abbildung 2), bei ihr wird eine sprunghafte Größenänderung an den Eingang gelegt und betrachtet, wie sich das Signal am Ausgang über die Zeit verhält (Signal über Zeit). In mathematisch reiner Theorie besteht die Sprunganregung aus einem Wechsel in der Zeit 0 von der Eingangsgröße von 0 (welche zuvor unendlich lang anlag) auf 1 (welche danach unendlich lang anliegt). Durch Differenzierung (Steigungsberechnung) der Sprungantwort über die Zeit kann auf mathematischem Wege die Impulsantwort gewonnen werden.
- Impulsantwort (Abbildung 3), auch Stoßantwort genannt, bei ihr wird ein sehr kurzer Impuls an den Eingang gelegt und betrachtet, wie sich das Signal am Ausgang über die Zeit verhält (Signal über Zeit). In mathematisch reiner Theorie besteht die Impulsanregung (Dirac-Impuls) aus einem Impuls der Dauer 0 mit der Amplitude unendlich, welcher die Fläche 1 enthält. Durch Integration (Aufsummieren) der Impulsantwort über die Zeit kann auf mathematischem Wege die Sprungantwort gewonnen werden.

Vorausgesetzt das System ist allpassfrei (verursacht keine Phasendrehung ohne gleichzeitige Frequenzgangbeeinflussung), linear (verursacht keine Verzerrungen/Kirrr) und zeitlich unveränderlich (zumindest für den Betrachtungszeitraum), so sind die o.g. Größen fest miteinander verbunden, soll heißen, es kann nicht an einer Größe „gedreht“ werden, ohne Auswirkung auf die anderen Größen zu haben. Dies mag zunächst etwas irritieren, möge hier aber so hingenommen werden.

Besitzt ein System allerdings ein Allpassverhalten (also z.B. Laufzeiten, Echos etc.) so löst sich die feste Kopplung zwischen Frequenzgang und Phasengang. Jedoch kann weiterhin das Verhalten in der Zeitebene in das Verhalten der Frequenzebene überführt werden, s.h. aus der Frequenzantwort kann die Sprungantwort bzw. Impulsantwort gewonnen werden und umgekehrt.

Ein sehr einfaches analoges „System“ ist ein elektrischer Tiefpass bestehend aus einem Widerstand und einem Kondensator. Dank der ihm zu Grunde liegenden Einfachheit wegen soll dieser in der weiteren Betrachtung exemplarisch als Beispiel dienen.

1.1 Zusammenhang Frequenz-/Phasengang, Sprungantwort und Impulsantwort

Die Zusammenhänge o.g. Punkte werden hier beispielhaft anhand eines Tiefpasses erster Ordnung dargestellt. Der Frequenz-/Phasengang eines Tiefpasses (Abbildung 4) sieht wie folgt aus:

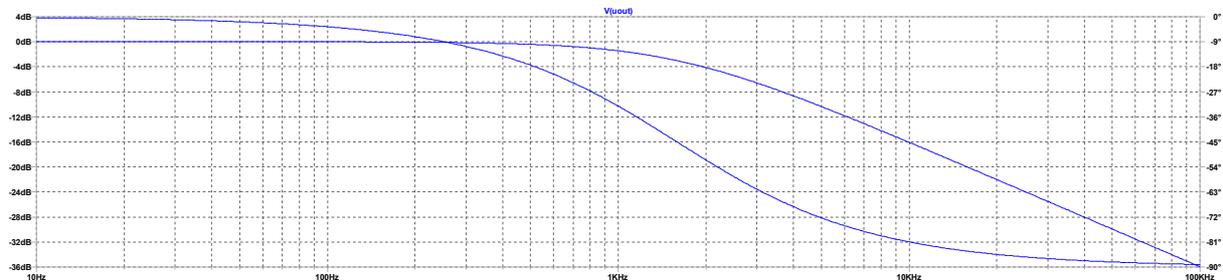


Abbildung 1, Tiefpass mit 1,6kHz Grenzfrequenz: Frequenzgang (10Hz, 0dB), Phasengang (10Hz, 0°)

Zur Erinnerung, hier wird die „Verstärkung“ (Amplitude Ausgangs- zu Eingangssignal) und die Phase (Auswirkung der Laufzeit des Signals von Eingang zu Ausgang, ACHTUNG: rechnerisch jedoch als Zeitbezug Ausgangssignal zu Eingangssignal) dargestellt

Dazu beispielhaft die Sprungantwort

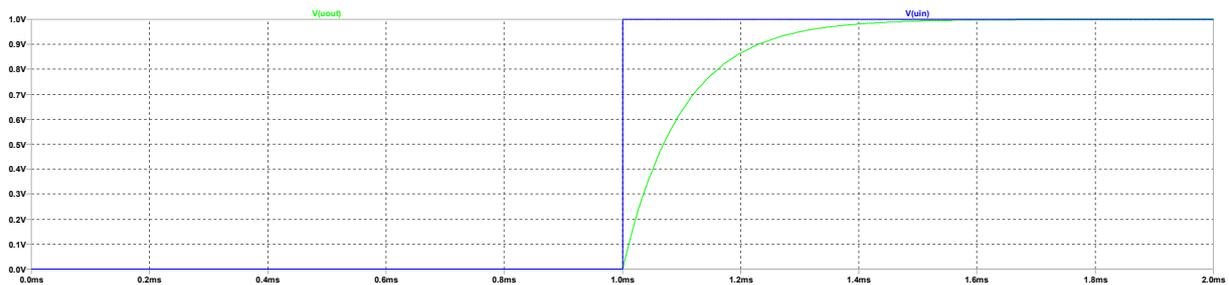


Abbildung 2, Sprungantwort Tiefpass: blau: Anregungssignal (Eingang), grün Antwortsignal (Ausgang)

Und dazu beispielhaft (nicht größenordnungsgerecht) die Impulsantwort:

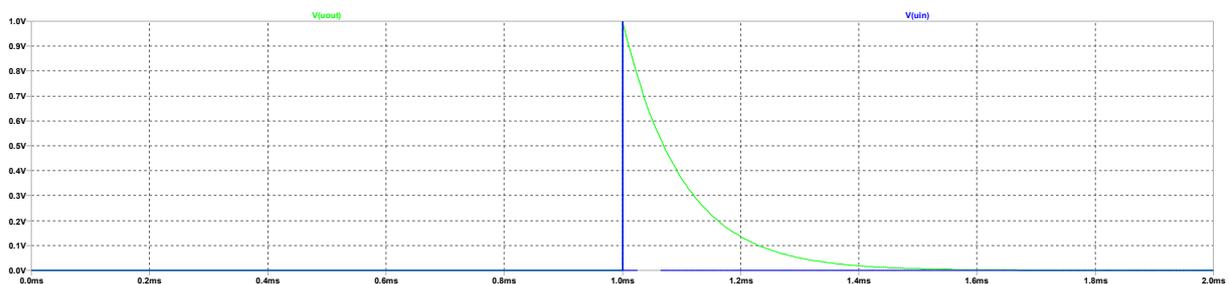


Abbildung 3, Impulsantwort Tiefpass: blau: Anregungssignal Diracimpuls (Eingang), grün Antwortsignal (Ausgang)

Sprungantwort und Impulsantwort können mit entsprechenden Teststimuli aufgenommen werden, wobei darauf hingewiesen sei, dass ein Dirac-Impuls im Grunde nicht zu erzeugen ist (da hier extreme hohe Pegel notwendig werden). Die Sprungantwort ist einfacher zu erzeugen, da hier „nur“ die möglichst kurze Übergangszeit von 0-Pegel auf 1-Pegel ein begrenzender Faktor ist. Ferner können Sprung-/Impulsantwort mittels „Faltung“ aus dem Frequenz-/Phasengang errechnet werden.

Die Impulsantwort kann darüber hinaus durch Differenzierung aus der Sprungantwort über die Zeit rechnerisch gewonnen werden. Sie zeigt die Steigung der Sprungantwort jeweils zum Zeitpunkt (t).

Umgekehrt kann die Sprungantwort durch Integration der Impulsantwort über die Zeit (t) gewonnen werden, letzteres wird für die FIR-Filterung in Bezug auf das Zeitverhalten eines Systems noch relevant.

Und so sieht die zugehörige Strecke bzw. das System aus, Anregungssignal ist U_{in} und das Antwortsignal U_{out} :

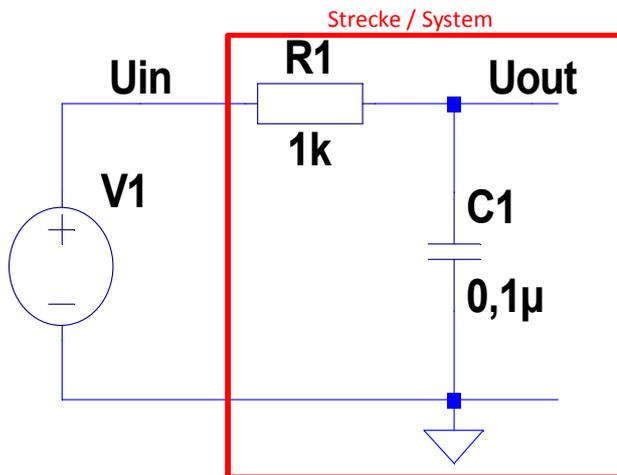


Abbildung 4, Tiefpass 1. Ordnung mit 1,6kHz oberer Grenzfrequenz

1.2 Etwas Hintergrund zum Tiefpassverhalten

Die Grenzfrequenz des eines einfachen Tiefpasses aus Abbildung 4 berechnet sich zu:

$$f_{\text{grenz}} = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C} \quad \text{hier mithin} \quad \frac{1}{2\pi \cdot 1k\Omega \cdot 0,1\mu F} = 1,6\text{kHz}$$

mit der Ladezeitkonstanten

$$T = R \cdot C = 0,1\text{ms} \quad (\text{Tau bestimmt die Steilheit der Ladekurve Abbildung 2})$$

Und unter „Ordnung“ wird die Steilheit der Pegeldämpfung oberhalb der Grenzfrequenz verstanden. Ein Tiefpass (oder Hochpass) 1. Ordnung hat im pegeldämpfenden Bereich die Eigenschaft pro Oktave 6dB Pegeldämpfung bzw. 20dB je Dekade zu erzeugen. Mit höherer Ordnung des Filters verhält sich die Pegeldämpfung zu:

$$N = \text{Ordnung} (1., 2., 3., \dots)$$

$$\text{Dämpfung} = N \cdot 6\text{dB/Oktave} \quad \text{bzw.} \quad N \cdot 20\text{dB/Dekade}$$

Unser Tiefpass 1. Ordnung hätte also z.B. bei einer Verdoppelung (Oktavschritt) der Frequenz des Eingangssignales von 4kHz auf 8kHz bei 8kHz nur noch die halbe Signalamplitude wie bei 4kHz. Erhöht sich die Eingangsfrequenz von 4kHz auf 40kHz so wäre die Ausgangsamplitude bei 40kHz nur noch ein Zehntel der bei 4kHz.

2 Überführung eines Analogen Systems in eine Digitale Systemnachbildung

Um eine spätere digitale Signalverarbeitung mittels FIR-Filterung verstehen zu können, ist es angezeigt, das zeitliche Verhalten des analogen Systems bzw. einer Strecke (am Beispiel unseres einfachen Tiefpasses) in einem digitalen System nachzubilden. Dabei soll die Nachbildung im digitalen System das Verhalten des Analogsystems hinsichtlich Eingangsgröße zu Ausgangsgröße (welche durchaus nichtelektrischer Natur sein kann) möglichst gut abbilden, oder anders formuliert, die Auflösung hinsichtlich Abtast-/Verarbeitungsrate sowie Quantisierungsschritten ausreichend hoch sein. Doch zunächst beleuchten wir ein Gebiet, auf dem wir fortlaufend die Nachbildung einer Strecke mittels FIR-Filtern unbewusst, aber ganz selbstverständlich nutzen.

2.1 Beispielhafte Anwendungsbereiche einer Streckennachbildung

Ein kurzes Beispiel möge aufzeigen, wie selbstverständlich wir tagtäglich FIR-Filterung beim „Telefonieren“ nutzen. Zunächst sei das Problem des Echos dargestellt:

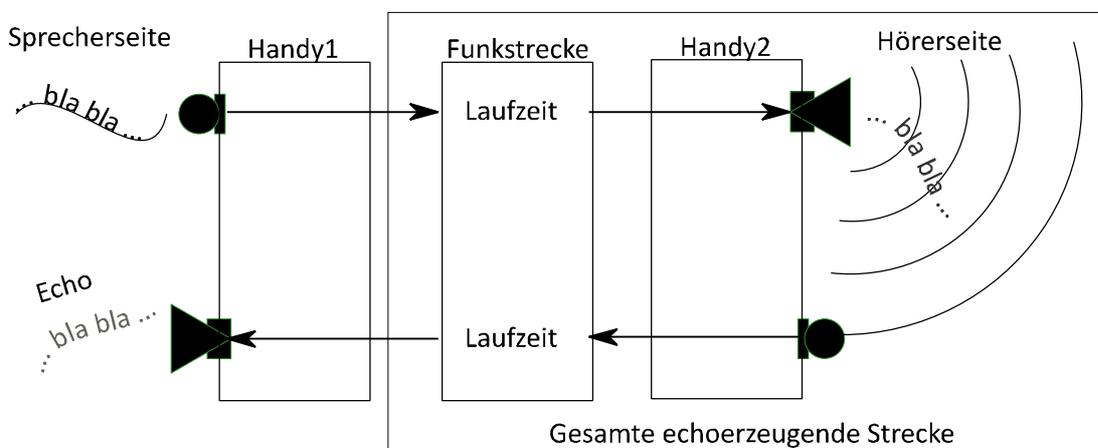


Abbildung 5, Mobilfunktelefonie mit Echoentstehung, stark vereinfacht

Ein Echo auf Sprecheseite entsteht, indem das Sprachsignal über die Funkstrecke (mit einer Laufzeit behaftet) auf der Hörerseite abgestrahlt, dabei zum Teil wieder vom Mikrophon aufgenommen wird und über die Funkstrecke (samt zusätzlicher Laufzeit) auf Sprecheseite im dortigen Lautsprecher zurück erscheint. Ohne korrigierende Maßnahmen entsteht somit ein u.U. extrem störendes Echo für den Sprechenden. Dem muss in der Anwendung zwingend Einhalt geboten werden, hier kommen meist FIR-Filter wie folgt zum Einsatz:

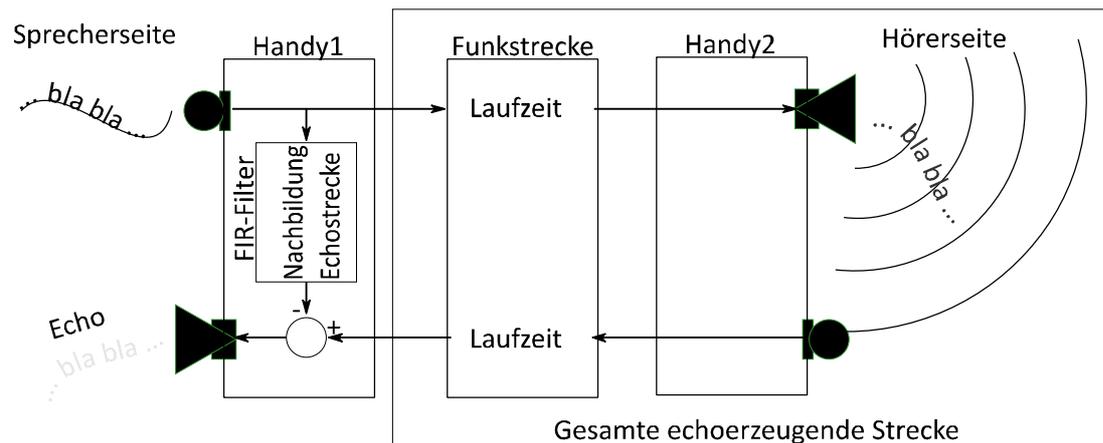


Abbildung 6, Mobilfunktechnologie mit Echounterdrückung, nur für Handy 1 dargestellt

Das in Handy 1 integrierte automatisch arbeitende FIR-Filter (adaptives FIR-Filter) bildet die gesamte echoerzeugende Strecke weitgehend nach. In das FIR-Filter geht das Mikrofonsignal des Sprechers, hinter dem FIR-Filter liegt ein Signal an, welches weitgehend dem der Echo-Strecke entspricht. Nun wird vom über die echoerzeugende Strecke zurückkommenden Signal das im FIR-Filter nachgebildete „Echosignal“ abgezogen. Je nach Qualität der Streckennachbildung bleibt keins oder nur noch ein ganz leises Echo hörbar.

Die obigen Skizzen stellen die Situation stark vereinfacht dar. So entstehen Laufzeiten nicht nur auf der Funkstrecke, sondern auch durch Signalverarbeitung in den Mobilfunkteilen (u.a. die Paketbildung), in den Serververmittlungen etc. Und natürlich verfügt auch Handy 2 über eine Echounterdrückung für dort Hineingesprochenes.

Dies Beispiel soll nur die permanente Präsenz von FIR-Filtern aufzeigen, bei denen eine sogenannte Systemnachbildung (hier die Echo-Strecke) stattfindet. Als funktionales Erläuterungsbeispiel für FIR-Filter ist es u.a. aufgrund der Komplexität ungeeignet.

Ein weiterer großer Anwendungsbereich ist die Korrektur von Lautsprechersystemen, um diese in Frequenzgang und Zeitverhalten zu optimieren. Der wesentliche Unterschied zu obigem Beispiel besteht darin, dass nicht der Lautsprecher als Strecke nachgebildet wird, sondern eine Korrekturstrecke, die die Abweichungen des Lautsprechers von einem fehlerfrei wiedergebenden Lautsprecher gegenkorrigiert. Soll vereinfacht heißen: Wo der Lautsprecher im Frequenzgang zu wenig Pegel liefert wird verstärkt, wo zu viel, wird abgesenkt. Es entsteht gleichsam eine Art „invertierter Frequenzgang“.

Da dies aufgrund der Gegebenheiten ein recht komplexes Unterfangen ist, soll das grundlegende Prinzip einer Streckenoptimierung anhand eines einfachen Beispiels im seinem funktionalen Grundprinzip dargelegt werden (siehe Kapitel 3). Hierfür wird ein ganz simpler elektrischer Tiefpass 1. Ordnung dienen, der in seinem Verhalten wieder einer idealen Strecke (alle Frequenzen haben gleiches Pegelniveau) angenähert wird, sprich ohne Pegelabfall zu hohen Frequenzen hin.

2.2 Überführung eines analogen Tiefpasses in ein digitales System.

Korrekterweise müsste die Überschrift lauten: Überführung des Verhaltens eines analogen elektrischen Tiefpasses 1. Ordnung hinsichtlich Eingangs- zu Ausgangssignal, also z.B. bestehend aus einem Widerstand und Kondensator, in ein sich gleich verhaltendes digitales System.

Zunächst betrachten wir einen Tiefpass (wie in Abbildung 4) mit einer Zeitkonstanten von 1s ($\Rightarrow f_{\text{Grenz}} = 0,16\text{Hz}$) in seinem Zeitverhalten, wenn ein Sprung zum Zeitpunkt 0 auf dessen Eingang gelegt wird und betrachten das Ausgangssignal, welches die sogenannte Ladekurve des Kondensators ergibt:

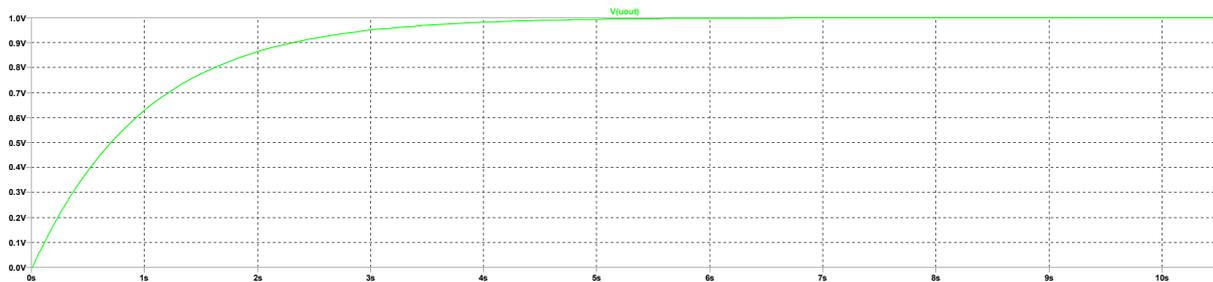


Abbildung 7 , Sprungantwort eines Tiefpasses mit Zeitkonstanten 1s bzw Grenzfrequenz 0,16Hz

Wie wir sehen, erreicht das Ausgangssignal nach gewisser Zeit den Wert des Eingangssignales. Für die Überführung in die digitale Welt wird die Sprungantwort nun mit einer Samplingrate von 2Hz quantisiert, d.h. alle 0,5s wird ein Wert genommen (rote Quadrate). Die Überführung wurde mittels eines kleinen Excel-Programms nachgebildet. Als „Anregung“ wurde ein Sprung angenommen, der unmittelbar nach dem Sample 0 zum Zeitpunkt 0 erfolgte. Das Ergebnis sieht wie folgt aus:

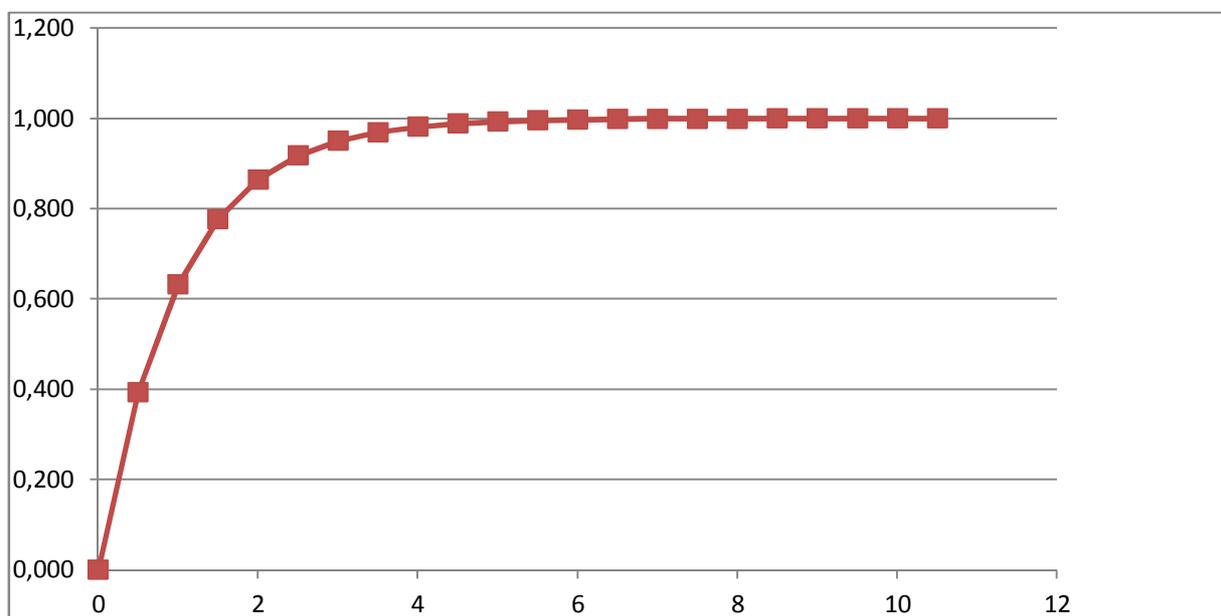


Abbildung 8, digitalisierte Sprungantwort des Tiefpasses mit $f_{og} = 0,16\text{Hz}$, y-Achse einheitenlos, x-Achse in s

Die Kurve oder genauer gesagt, die Samplingpunkte sind deckungsgleich mit denen des analogen Tiefpasses. Ferner liegen nach 20 Samplingsschritten die Abtastwerte konstant auf denen des Eingangspegels, damit erübrigt es sich weitere Abtastwerte zu erfassen, da sich ab diesen Zeitpunkt keine Änderung des Signales mehr ergibt.

Nun erfolgt die Überführung der Sprungantwort in eine Impulsantwort, warum dies notwendig bzw. sinnvoll ist, werden wir erst sehen, nachdem wir die entsprechenden Werte ermittelt haben und anschließend versuchen, aus diesen wieder rückwärts mit einem anliegenden Sprung die ursprüngliche Sprungantwort zu generieren. Die Impulsantwort entspricht wie eingangs erwähnt der Steigung der Sprungantwort. Sie wird hier der Einfachheit wegen rechnerisch durch Differentiation, genauer gesagt Differenzenbildung von Sample zu Sample der Sprungantwort gebildet (sie könnte aber auch mittels Anlegens eines Dirac-Impulses am Eingang der Strecke und Aufnehmen der Reaktion am Ausgang ermittelt werden).

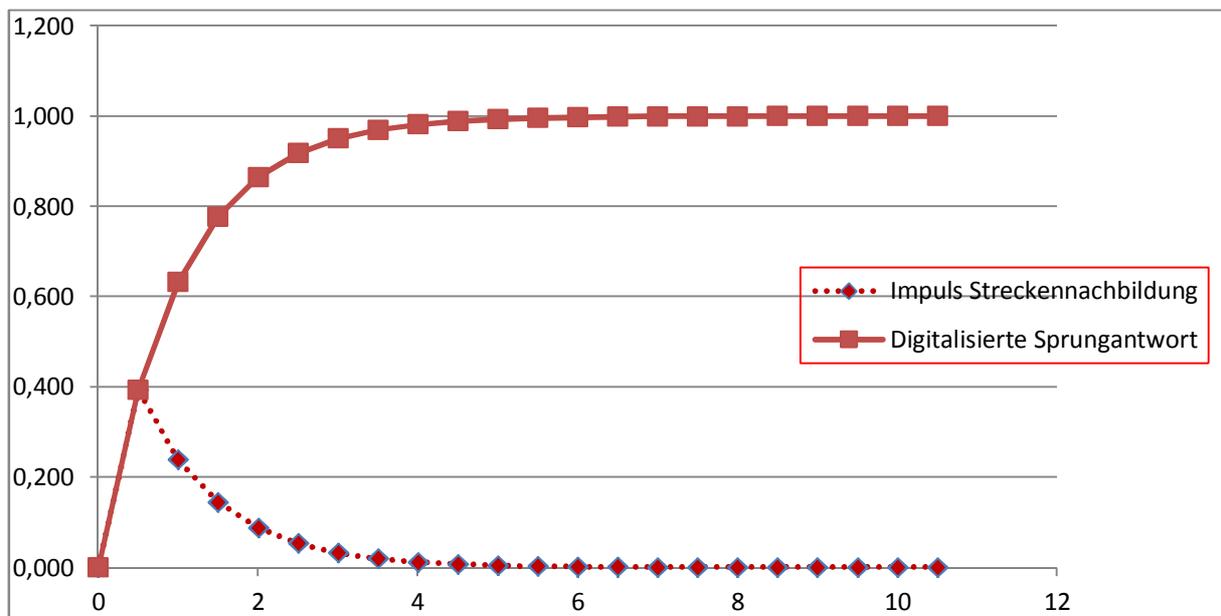


Abbildung 9, digitalisierte Sprungantwort und Impulsantwort des Tiefpasses, y-Achse größenlos, x-Achse in s

Hiermit liegen die Koeffizienten für die Streckennachbildung in einem digitalen Signalverarbeitungssystem vor. Im nächsten Kapitel wird erläutert, wie ein FIR-Filter aufgebaut, wie dessen Rechenwerk gestaltet ist, wo sich dort die Koeffizienten befinden und wie dadurch das Streckenverhalten nachgebildet wird, vor allem aber, warum dies die Impulsantwort eines System ist.

Wie genau rechnerisch zu den einzelnen Werten der Impulsantwort zu gelangen ist, das klärt die nächste Seite.

Liegt die Sprungantwort wie oben erst einmal digitalisiert vor, so ist die Impulsantwort einfach zu gewinnen. Die „Steigung“ kann durch Differenzenbildung, wie am Beispiel für einen Steigungswert exemplarisch aufgezeigt, aus der Kurve wie folgt berechnet werden:

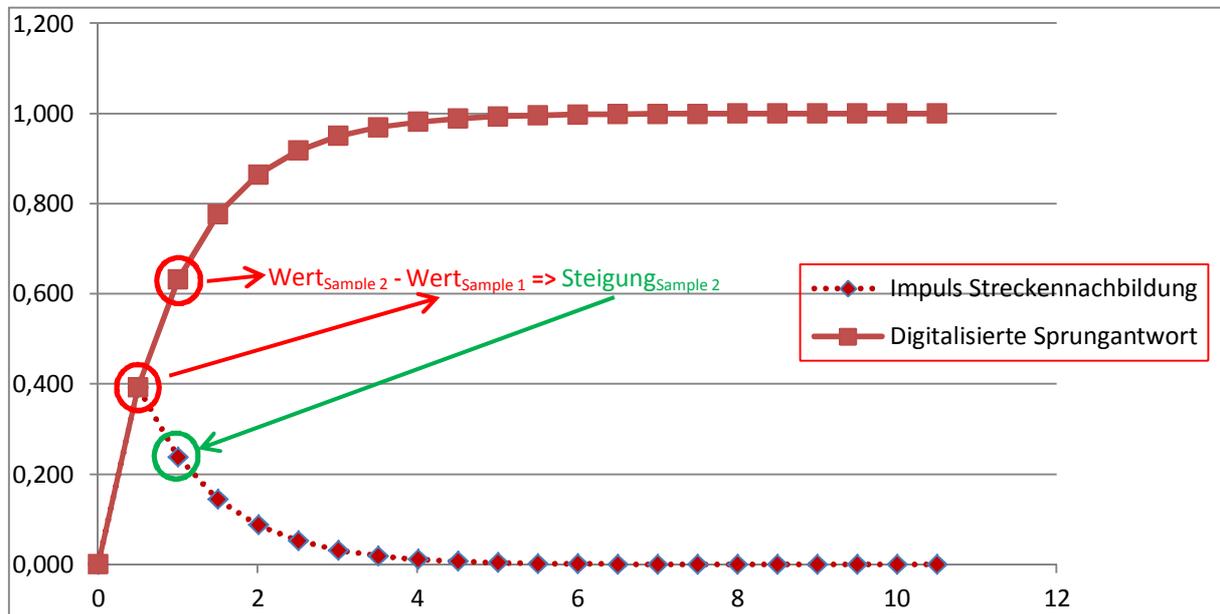


Abbildung 10, Ermittlung eines Steigungswertes (Differenzbildung) für Sample Nr. $n=2$ (Erläuterung siehe unten)

Die „Berechnung“ noch in eine einfache Form gebracht:

$$\text{Steigung}_{n+1} = \text{Wert}_{n+1} - \text{Wert}_n$$

Mit n = Nummer des Samples beginnend mit 1(!) und Steigung im $\text{Sample}_1 = 0$ gesetzt (da zu diesem Zeitpunkt die Sprunganregung, wie oben festgelegt, noch 0 war).

Randbemerkung:

Die Steigung einer Kurve ist stets im Zusammenhang mit der zeitlichen Auflösung zu sehen. Im analogen Bereich wird z.B. bei Audioverstärkern die Steigung üblicherweise in $V/\mu s$ angegeben, die Kurvenform entspricht meist weitgehend unserem Tiefpassbeispiel. Ändert sich die Zeitauflösung sieht die Kurve optisch steiler oder flacher aus, bleibt aber die ihrem absoluten Wert natürlich konstant.

Im digitalisierten System wie oben wirkt sich die Zeitauflösung hingegen unmittelbar auf die Steigungswerte in absoluter Hinsicht aus. Wird ein und dieselbe Sprungantwort mit höherer Samplerate digitalisiert, so ergeben sich daraus kleinere absolute Steigungswerte, eine geringere Samplerate bewirkt größere Steigungswerte. Allerdings bleibt die Kurvenform erhalten, es liegt lediglich eine andere Skalierung vor.

Zu unserem Beispiel mit 2Hz Samplingrate und dem Tiefpass mit Tau ($T=1s$) bzw. 0,16Hz Grenzfrequenz folgen der Vollständigkeit halber die konkreten Sample- und Steigungswerte. Wichtig: Die Werte sind gerundet auf 3 Nachkommastellen!

Tabelle 1 , Tiefpass (T = 1s) digitalisiert , Werte gerechnet und gerundet auf 3 Nachkommastellen

Als "analoge" Strecke dient der einfache Tiefpass erster Ordnung					Beispiel
Sample-Nr.	Sample-Zeitpunkt in s	Amplitude (gesampelter Wert)	FIR-Koeff. der Strecke (Steigung)	Integral über Koeff. der Strecke	FIR Koeff, ideale Strecke, Vorgabe
0	0	0,000	0,000	0,000	0
1	0,5	0,393	0,393	0,393	1
2	1	0,632	0,239	0,632	0
3	1,5	0,777	0,145	0,777	0
4	2	0,865	0,088	0,865	0
5	2,5	0,918	0,053	0,918	0
6	3	0,950	0,032	0,950	0
7	3,5	0,970	0,020	0,970	0
8	4	0,982	0,012	0,982	0
9	4,5	0,989	0,007	0,989	0
10	5	0,993	0,004	0,993	0
11	5,5	0,996	0,003	0,996	0
12	6	0,998	0,002	0,998	0
13	6,5	0,998	0,001	0,998	0
14	7	0,999	0,001	0,999	0
15	7,5	0,999	0,000	0,999	0
16	8	1,000	0,000	1,000	0
17	8,5	1,000	0,000	1,000	0
18	9	1,000	0,000	1,000	0
19	9,5	1,000	0,000	1,000	0
20	10	1,000	0,000	1,000	0
21	10,5	1,000	0,000	1,000	0

Nochmals, kurz nach dem Zeitpunkt 0s (Sample 0) wurde an den Tiefpass ein Sprung der Amplitude 1 angelegt und die Antwort des Tiefpasses (dessen Ausgangssignal) alle 0,5s abgetastet. Aus den gesampelten Werten der Sprungantwort wurden die Steigungswerte ermittelt (FIR-Koeffizienten der Strecken) und anschließend zur Kontrolle aufintegriert. Die Differentiation der Sprungantwort dient der Erlangung der Impulsantwort und, sozusagen als Gegenprüfung, die Rückberechnung der Impulsantwort mittels Integration (Spalte 5) um die Sprungantwort zu erhalten.

In der letzten Spalte ist vorgreifend einmal die Impulsantwort einer idealen Strecke dargestellt. Faktisch bedarf es in der späteren Anwendung nicht der Koeffizientenwerte zu Sample 0. Diese wurden hier nur wegen der etwas besseren Nachvollziehbarkeit hinsichtlich des zeitlichen Ablaufes bei einer Sprunganregung hereingenommen.

2.3 Aufbau eines digitalen Systems zur Streckennachbildung

Ein digitales Signalverarbeitungssystem möge im Wesentlichen aus einer Analog-/Digitalwandlung am Eingang, einer Recheneinheit/-werk und Digital-/Analogwandlung am Ausgang bestehen.

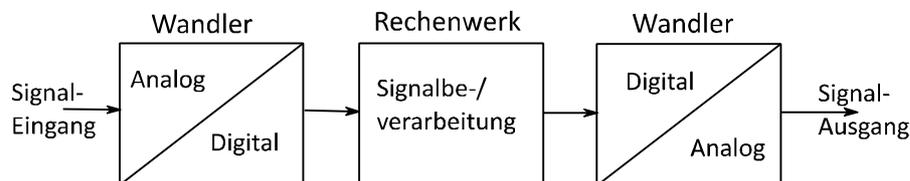


Abbildung 11, Grundstruktur eines digitalen Signalverarbeitungssystems

Die obige Struktur kann z.B. ein PC mit angeschlossenem Audio-USB-Frontend sein, das die analogen Audiosignale wandelt, das „Rechenwerk“ ist der Prozessor mit Speicher. Ebenso kann ein eigenständiges Gerät wie z.B. eine Digitale Frequenzweiche die digitale Signalverarbeitung übernehmen, hierbei sind die A/D- D/A-Wandler meist direkt an einen μ Controller, DSP oder ein FPGA angeschlossen, in dem die Signalverarbeitung stattfindet. Die eigentliche FIR-Filterstruktur, der die Berechnung folgt, wird gern z.B. in unterer Darstellungsform dargelegt:

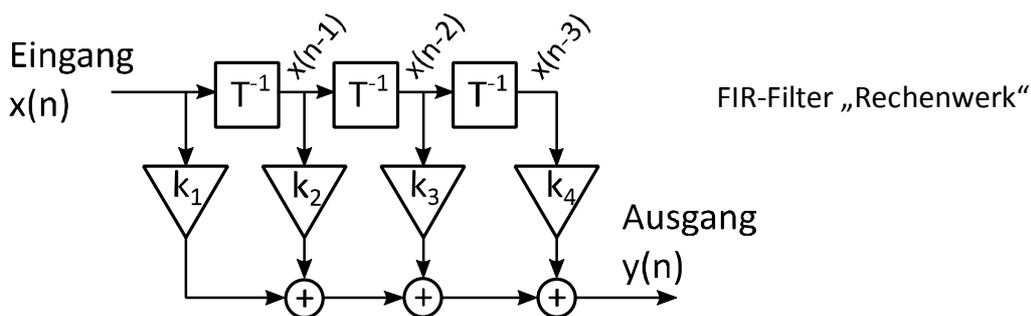


Abbildung 12, typische Darstellungsform eines FIR-Filters, hier mit der Filterlänge von 4 Taps (Koeffizienten)

Die Abbildung 12 stellt in einer Grafik dar, wie der zeitliche Ablauf der Datenbearbeitung, die Einbindung der FIR-Koeffizienten und die Berechnung stattfindet. Nebenbei: Dies ist unabhängig von der gewählten Prozessorarchitektur.

Am Eingang werden die Daten/Werte $x(n)$ vom A/D-Wandler Takt für Takt (Sample für Sample) angelegt. In der oberen Reihe befinden sich Schieberegister, die je Takt die am Eingang anliegenden Daten/Werte je eine Stufe weiterschieben. Oder anders, hinter den Schieberegistern liegt ein jeweils um einen Takt älterer gewandelter Wert vor. Am Ende des obigen Beispiels also ein 3 Takte älterer Wert $x(n-3)$ als der aktuell anliegende Wert $x(n)$.

In der Mitte sind die FIR-Koeffizienten k_1 bis k_4 untergebracht. Das dreieckige Symbol stellt einen Verstärker dar, dessen Eigenschaft es ist, seinen Eingangswert mit der Verstärkung „ k “ zu multiplizieren. Oder ganz einfach: Die Werte $x(n)$ bis $x(n-3)$ werden mit dem jeweils zugehörigen FIR-Koeffizienten k_1 bis k_4 multipliziert.

In der unteren Reihe befindet sich der Summationszweig, der alle Multiplikationsergebnisse „einsammelt“ und aufaddiert, hier sei gleich das Stichwort Integration genannt. Am Ausgang steht nun das entsprechend den FIR-Koeffizienten bearbeitete Signal an.

2.4 Der Tiefpass in FIR-Filternachbildung

In Kapitel 1.1 wurde bereits erläutert, dass aus der Impulsantwort mittels Integration die Sprungantwort gewonnen werden kann. Genau dies geschieht durch die Aufsummation aller bearbeiteten Werte in der FIR-Struktur. Legen wir an den Eingang des FIR-Filters eine Sprunganregung an und befindet sich in der Koeffizientenreihe die Impulsantwort z.B. unseres Tiefpasses, so erhalten wir am Ausgang des FIR-Filters die Sprungantwort unseres Tiefpasses.

Im Rechenwerk bringen wir nun unsere Koeffizienten unter, um anschließend Schritt für Schritt die Sinnhaftigkeit dieser Struktur nachvollziehen zu können und gleichzeitig zu erkennen, dass das Ablegen der Impulsantwort für FIR-Filter der Kern der Methode ist. Ferner ist der Rechenaufwand durch schlichtes Multiplizieren von Werten und aufaddieren vergleichsweise gering gegenüber anderen frequenz- und phasengangbestimmenden Methoden (wie z.B. die mit erheblichen Rechenaufwand behaftete Fouriertransformation).

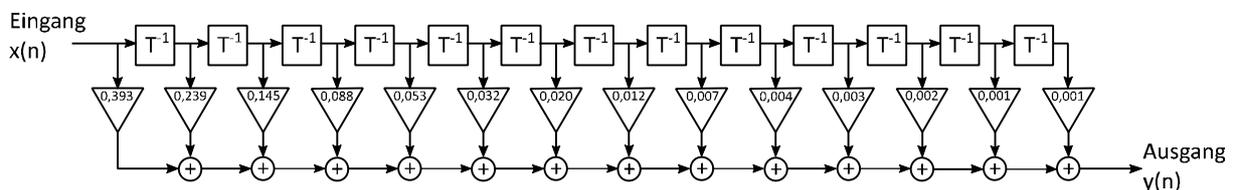


Abbildung 13, FIR-Filter „Rechenwerk“ mit Koeffizienten aus Tiefpassbeispiel (nur mit relevanten Werten Tabelle 1)

Den Nachweis, dass unsere Methode der Streckennachbildung mittels FIR-Filterstruktur korrekt ist, erbringen wir durch Anlegen einer Sprunganregung an den Eingang.

Zunächst sei es so, dass unser System schon gewisse Zeit gelaufen ist und wir so viele Werte durch das Rechenwerk geschoben haben, dass überall Nullen zum Zeitpunkt (n) anliegen, siehe die oberste Zahlenreihe, unten rechts in rot der jeweils dazugehörige Ausgangswert.

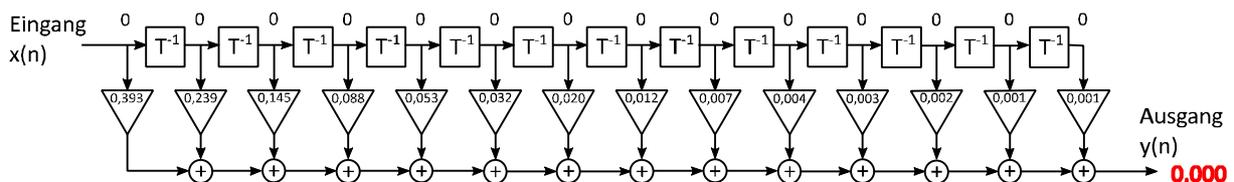


Abbildung 14, Zustand Eingangssignal lange Zeit 0, n=0

Nun kommt die Flanke des Sprunges (ab sofort liegt bei jedem Takt eine Eins am Eingang an) und wir füllen das Rechenwerk Takt für Takt (Sample für Sample) mit Einsen, betrachten dabei für jeden Schritt den sich ergebenden Ausgangswert. Das führen wir solange aus, bis das Rechenwerk komplett mit Einsen gefüllt ist. Die in der oberen Reihe stehenden „Samplingwerte“ werden jeder mit dem dazugehörigen Koeffizienten multipliziert und entsprechend alle aufaddiert.

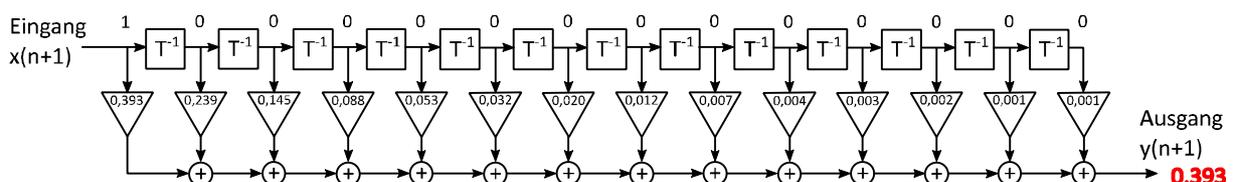


Abbildung 15, eine 1 liegt einen Takt an

Für den Zeitpunkt $(n+1)$ erhalten wir logischerweise 0,393 als Ausgangswert, da zu diesem Zeitpunkt alle anderen FIR-Stufen noch eine 0 als Eingangsgröße besitzen und somit in der Aufsummierung noch keine Auswirkung zeigen (jede Stufe liefert eine 0 als Ergebnis).

Beim nächsten Taktzeitpunkt sieht die Situation wie folgt aus:

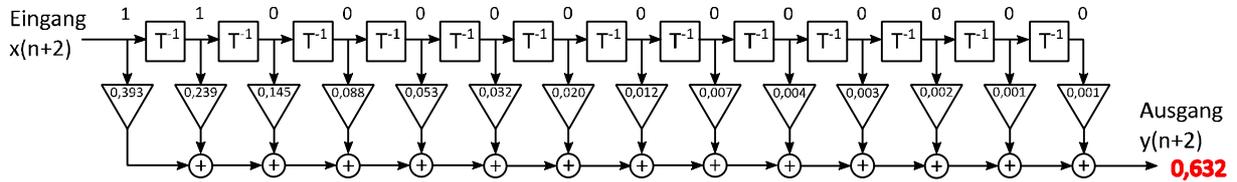


Abbildung 16, eine 1 liegt zwei Takte an

Jetzt liefert zu der ersten Stufe des FIR-Filters die zweite Stufe den Wert 0,239 (alle anderen weiterhin 0). Dieser ergibt zusammen mit dem der ersten Stufe durch die Summation 0,632 als Ausgangswert für den Taktzeitpunkt $(n+2)$.

Wir gehen noch einen Schritt weiter und betrachten die Situation zum Zeitpunkt $(n+3)$:

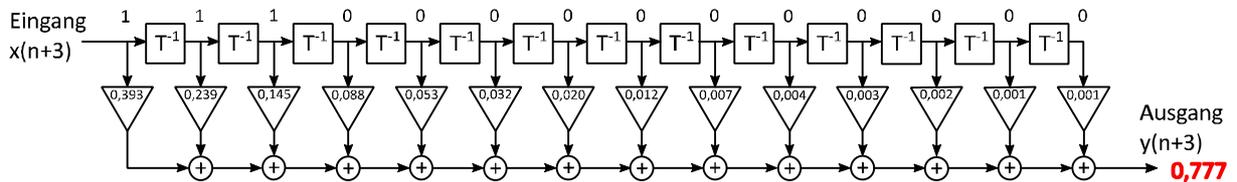


Abbildung 17, eine 1 liegt drei Takte an

Zu diesem Zeitpunkt liefert die FIR-Filterstruktur in den ersten drei Stufen 0,393 , 0,239 und 0,145 (alle anderen weiterhin 0). Somit ergibt sich der Ausgangswert 0,777.

Die Sprunganregung schiebt sich weiter Takt für Takt durch das FIR-Filter. Um die Darstellung etwas abzukürzen, stellen werden die Ausgangswerte des FIR-Filters für die Zeitpunkte $(n+4)$ bis $(n+11)$ hier tabellarisch aufgelistet dar, anschließend die letzten 3 Takte wieder in der kompletten FIR-Struktur.

Tabelle 2, Ausgangswerte Tiefpassnachbildung Takte 4 bis 11

Taktzeitpunkt	Ausgangswert
$(n+4)$	0,865
$(n+5)$	0,918
$(n+6)$	0,950
$(n+7)$	0,970
$(n+8)$	0,982
$(n+9)$	0,989
$(n+10)$	0,993
$(n+11)$	0,996

Es folgen die letzten 3 Takte.

Die letzten Takte, mit denen unsere Sprunganregung einläuft, beginnend mit (n+12):

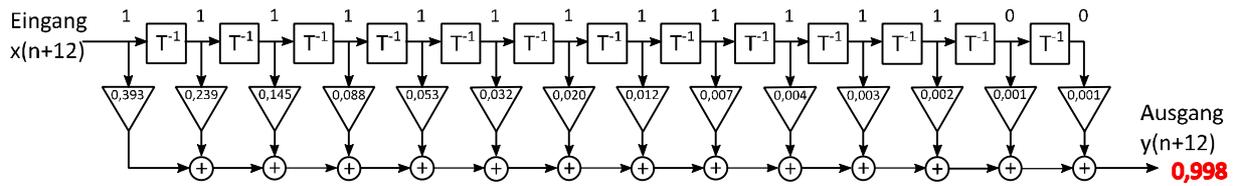


Abbildung 18, eine 1 liegt 12 Takte an

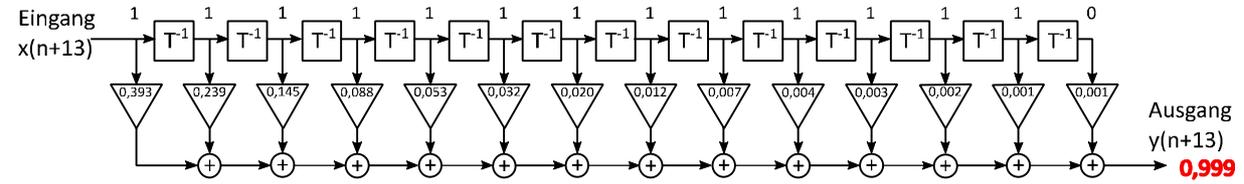


Abbildung 19, eine 1 liegt 13 Takte an

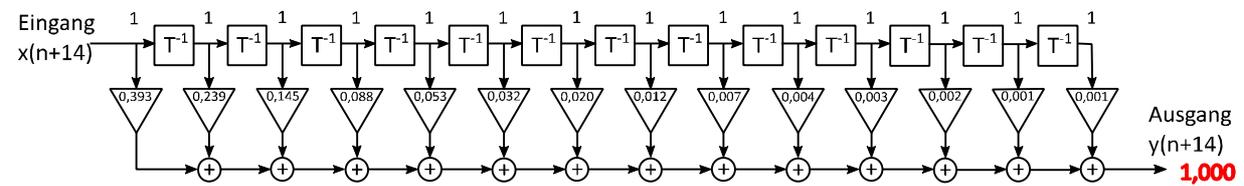


Abbildung 20, eine 1 liegt 14 Takte an, Sprunganregung ganz durch FIR-Struktur gelaufen

Mit dem Takt (n+14) ist nach 14 Schritten die Sprunganregung komplett durch alle Stufen (Taps) des FIR-Filters gelaufen. Formal bleibt die Sprunganregung angelegt, eine Änderung an den Ausgangswerten ist natürlich nicht mehr gegeben.

Schauen wir nun, ob es uns gelingen ist, mittels obigen FIR-Filters das Verhalten unseres angenommenen Tiefpasses nachzubilden. Dazu werden tabellarisch die Samplewerte des (analogen) Tiefpasses und der (digitalen) Nachbildung durch das FIR-Filter gegenübergestellt.

Tabelle 3, Ausgangswerte Tiefpassnachbildung über einen gesamten Durchlauf

Sample-Nr.	Sample-Zeitpunkt in s	Amplitude (gesampelter Wert Tiefpass)	Ausgangswert FIR-Filter
0	0	0,000	0,000
1	0,5	0,393	0,393
2	1	0,632	0,632
3	1,5	0,777	0,777
4	2	0,865	0,865
5	2,5	0,918	0,918
6	3	0,950	0,950
7	3,5	0,970	0,970
8	4	0,982	0,982
9	4,5	0,989	0,989
10	5	0,993	0,993
11	5,5	0,996	0,996
12	6	0,998	0,998
13	6,5	0,998	0,999
14	7	0,999	1,000

Gegenüber der Tabelle 1 ist zunächst zu erkennen, dass die obige Tabelle 14 Bearbeitungssamples aufweist. Ferner ist eine kleine Abweichung am Ende bei den Takten (n+13) und (n+14) zwischen den gesampelten Werten des Tiefpasses und den durch FIR-Filter rekonstruierten zu verzeichnen. Der Grund dafür liegt zunächst in der Art, wie in Tabelle 1 Werte erzeugt bzw. gehandhabt wurden. Dort ist mit hoher Auflösung gerechnet worden, aber abschließend der Übersichtlichkeit wegen in der Tabelle 1 die Darstellung der Werte und Koeffizienten mit 3 Nachkommastellen erfolgt.

Um Übersichtlichkeit zu erhalten, wurden die Koeffizienten für das FIR-Filter ebenfalls nur mit 3 Nachkommastellen übernommen. Üblicherweise würde mit erheblich höherer Auflösung bzw. Genauigkeit bei FIR-Filtern gearbeitet werden.

Eine zunächst nicht aufgeführte Randbedingung für die Streckennachbildung mittels FIR-Filters ist die, dass der Endwert nach Abschluss des Ladevorganges (also Ende der Kurve) bei 1 liegen soll, damit am Ende des Filterdurchlaufes der gleiche Zustand erreicht wird, wie am Ende des Ladevorganges beim Tiefpass (siehe ergänzend DC-Kompensation, Kapitel 5).

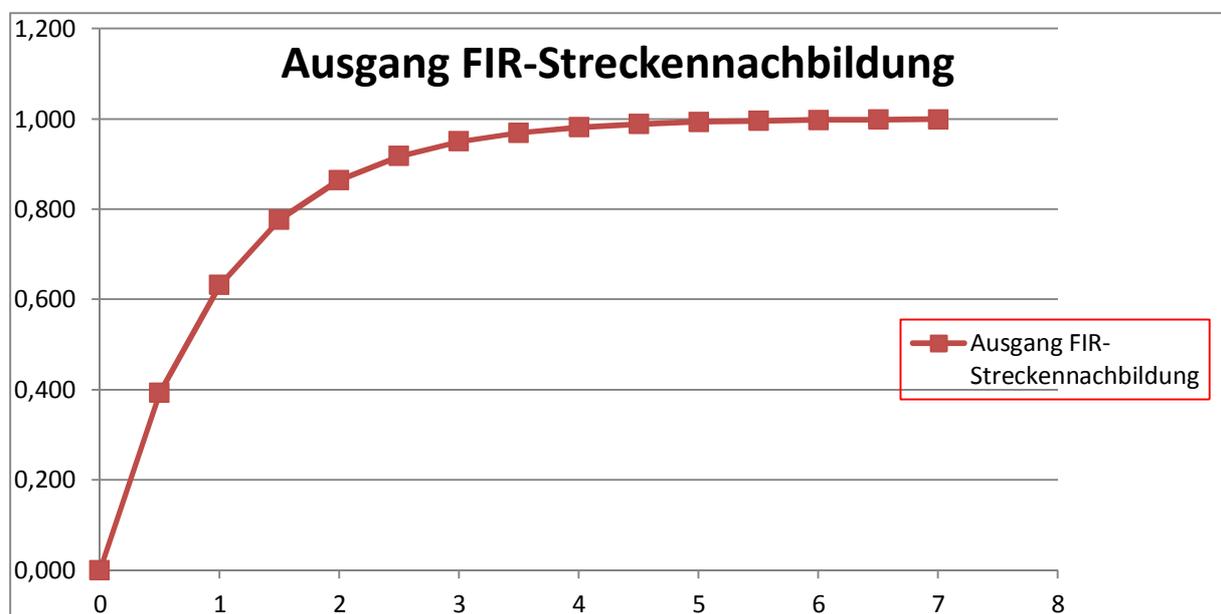


Abbildung 21, Nachbildung der Sprungantwort Tiefpass mittels FIR-Filtern

Abbildung 21 zeigt die erfolgreiche Überführung des Verhaltens unseres Tiefpasses in eine FIR-filterbasierte digitale Signalverarbeitung. Die Filterlänge beträgt dabei 14 sogenannte „Taps“. Im Rechenwerk (Koeffizientenmatrix) wird für den Zeitpunkt 0 bzw. Sample 0 kein Koeffizient benötigt, da dessen Wert 0 ist.

Würden wir vor unser Rechenwerk eine A/D-Wandlung setzen und hinter unserem Rechenwerk eine D/A-Wandlung, so hätten wir hier die Möglichkeit geschaffen den analogen Tiefpass (RC-Filter) mittels Digitaler Signalverarbeitung nachzubilden.

2.5 Eine kleine Zusammenfassung

Wir haben kennengelernt, dass das Frequenzverhalten eines analogen Systems (einer Strecke) für gewöhnlich fest mit dessen zeitlichem Verhalten verknüpft ist.

Im Zeitverhalten kann ein analoges System (Strecke) eindeutig durch seine Sprungantwort oder durch seine Impulsantwort beschrieben werden.

Die Impulsantwort ist die Ableitung (Differentiation, Steigungsanalyse) der Sprungantwort und umgekehrt ist die Sprungantwort die Integration (Aufsummierung) der Impulsantwort.

Genau letzteres geschieht in einem FIR-Filter. In unserem Rechenwerk sind die Koeffizienten der Impulsantwort abgelegt. Indem am Ausgang des Rechenwerks die Summe über Eingangswerte abtastwerteweise multipliziert mit den jeweiligen Koeffizienten gebildet wird, geschieht nichts anderes als eine Integration des Eingangssignales über die Impulsantwort.

Wir haben gesehen, wie „einfach“ das Verhalten einer Strecke in einem digitalen System nachgebildet werden kann, ohne eine einzige Differential- oder Integralrechnung (-sformel) verwenden zu müssen.

Natürlich wird es in der Anwendung der Signalverarbeitung anspruchsvoller, da aufgrund der vorkommenden Anforderungen oft eine große Anzahl an Koeffizienten benötigt wird und/oder eine hohe Genauigkeit, die nun niemand mehr händisch ermittelt. Ab hier bedarf es algorithmischer Lösungsansätze, darüber hinaus ist oftmals zunächst ein System genauer zu identifizieren, soll heißen, es wird vermessen, eine eher große signifikante Anzahl an Eingangswerten ist zu verarbeiten und aufzubereiten.

Weit vorausgreifend kann sich der Interessierte einen tiefen Einblick in die FIR-Filterberechnung mit guter grafischer Bebilderung sowie mathematischer Grundlage in einem Skriptausschnitt der Zürcher Hochschule Winterthur (de Queiroz Tavares, Marina, 2007) verschaffen.

3 Mittels FIR-Filter eine Strecke optimieren

Jetzt kommen wir zu einer „etwas ernster zu nehmenden“ Anwendung von FIR-Filtern. Diese werden gern verwendet, um das Verhalten von Strecken/Systemen zu optimieren. Ein möglicher Einsatzbereich von FIR-Filtern stellt die Verbesserung von Lautsprechersystemen dar. Vorrangig an der Stelle, wo konstruktive Maßnahmen bei der Herstellung nicht mehr machbar sind oder eine Kostenabwägung den Einsatz von Elektronik gegenüber einer Materialschlacht am Lautsprecher geboten erscheinen lassen.

Was wäre kennzeichnend für ein optimales Wiedergabeverhalten eines Systems / einer Strecke?

Die Frage kann recht einfach beantwortet werden. Die Abweichung zwischen Eingangssignal eines Systems zu Ausgangssignal sollte so gering wie möglich sein, damit sind die Fehler ebenfalls sehr gering.

Diese Forderung bedeutet für ein Signal, z.B. einer Sprunganregung, dass das Ausgangssignal, die Sprungantwort, so deckungsgleich wie möglich mit der Sprunganregung sein sollte.

Gleichzeitig gilt: Die Impulsantwort ist die Differentiation der Sprungantwort. Die Differentiation einer Sprunganregung würde eine sehr kurze hohe Nadel in der Impulsantwort bedeuten (Nadel bei Sample 1, Zeitpunkt 0,5).

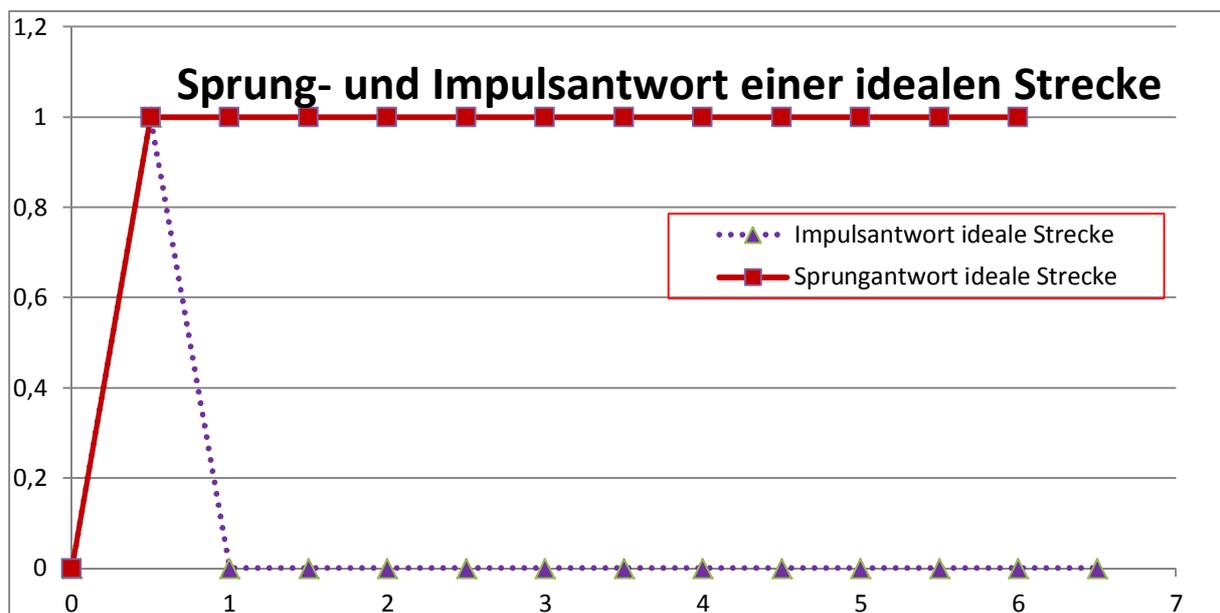


Abbildung 22, Sprung-/Impulsantwort einer idealen Strecke

Ein Lautsprecher kann dies nur mit etlichen Abweichungen schaffen. Für eine Beispielrechnung zur Ermittlung einer FIR-Korrektur wäre dies viel zu kompliziert.

Wir verfallen also wieder auf unseren einfachen Tiefpass, der die Strecke darstellen soll (gleichsam als „Lautsprecherersatz“ dienen wird).

Unser Tiefpass aus Kapitel 2 mit der Grenzfrequenz 0,16Hz liefert, wie in Abbildung 8/Abbildung 9 zu sehen, keine Sprungantwort, die sich dicht an der Anregung orientiert. Gleiches gilt zwangsläufig für die Impulsantwort.

Die Aufgabe eines korrigierenden FIR-Filters ist nun eine „Vorabentzerrung“ des Anregungssignals, welches danach in den Tiefpass geht. Eine geeignete Signalfolge sähe so aus:

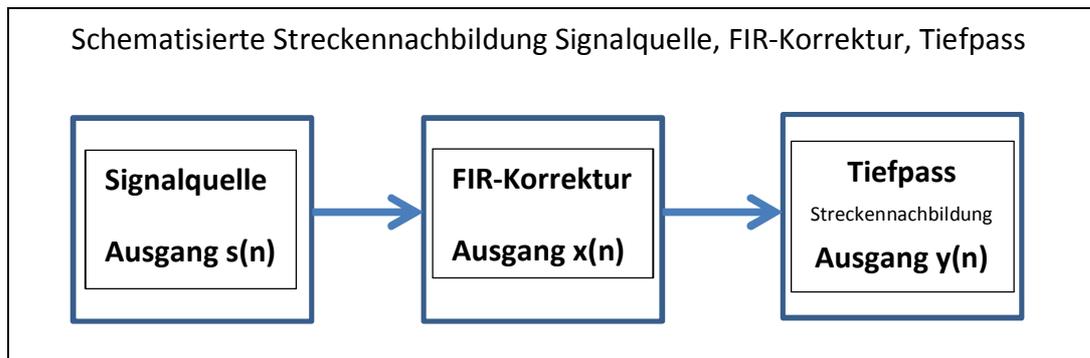


Abbildung 23, Schematisierter Streckenaufbau mit FIR-Filterkorrektur

Wie aus der Signalfolge leicht zu interpretieren, muss das FIR-Filter vor der zu korrigierenden Strecke, dem Tiefpass, das Signal so beeinflussen, dass die bandbegrenzende Wirkung des Tiefpasses sozusagen gegensinnig aufgehoben wird. Aus unserer Streckennachbildung des Tiefpasses haben wir bereits eine Sprung-/Impulsantwort desselben (mit dessen Koeffizienten gemäß Abbildung 9) vorliegen, die Sprung-/Impulsantwort einer idealen Strecke in Abbildung 22.

Dieses Bild enthält die „Zielkoeffizienten“ eines idealen Systems, welches sich aber nun aus FIR-Korrekturschaltung und Tiefpass zusammensetzt. Die Reihenschaltung aus dem Schaltbild „Quelle+FIR+TP“ bedeutet nichts anderes, als dass sich die Signale sampleweise multiplizieren. Daraus folgt zwangsläufig die Forderung, die Korrektorkoeffizienten aus den „Amplitudenwerten“ der Impulsantworten an den jeweilig identischen Wertepaaren zu gleichem Zeitpunkt mittels Verhältnis zu errechnen. Dies klingt zunächst komplizierter als es ist. Wir müssen uns nur nochmals den funktionalen Aufbau eines FIR-Filters vergegenwärtigen und Sample für Sample die Korrekturwerte ermitteln.

3.1 FIR-Korrekturkoeffizienten über Sprunganregung ermitteln

Betrachten wir zunächst die Darstellung aller beteiligten Komponenten, FIR-Filter und Tiefpass. Das Anregungssignal sei in der ersten Betrachtung eine Sprunganregung mit der Amplitude 1. Zum Samplezeitpunkt 0 korrigieren wir natürlich noch nicht, denn volle Dämpfung zu diesem Zeitpunkt korrigieren zu wollen ist sinnfrei. Wir konzentrieren uns somit zuerst auf den Sample 0,5 (s), sozusagen den ersten Takt. Zuvor mag solange ausreichend lang ein Signal mit dem Wert 0 angelegen haben, damit in dem Tiefpassfilter alle Stellen mit Nullen besetzt sind (wie auch im FIR-Filter). Unter „FIR-Filter“ sei fortan das FIR-basierte Korrekturfilter gemeint, unter Tiefpass die zu diesem gehörige FIR-Streckennachbildung aus Kapitel 2.4. Diese wird auch dazu herangezogen die FIR-Filterkoeffizienten k_{FIR} berechnen zu können.

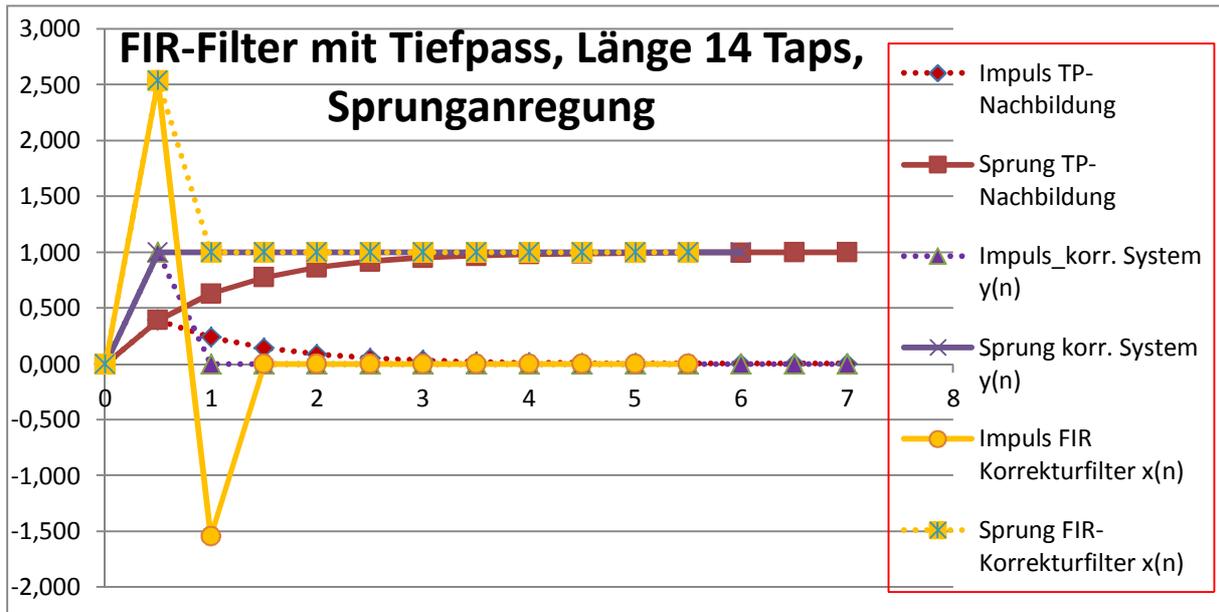


Abbildung 24, Tp-Nachbildung plus FIR-Korrekturfilter

Zum Zeitpunkt 0,5, erster Takt, lässt der Tiefpass nur mit Faktor 0,393 Signale durch (Abbildung 15, k1Tp). Hier ist es ganz einfach, das FIR-Filter muss schlicht zu diesem Zeitpunkt eine Verstärkung von 1/0,393 oder 2,54 realisieren, der erste Koeffizient k1_FIR ist gefunden. Koeffizient k1_FIR mit Koeffizient k1_Tp multipliziert ergibt 1 am Ausgang des Tiefpasses. Die weiteren Stellen des Tiefpasses wie auch FIR-Filters sind zu diesem Zeitpunkt noch auf 0. Die dazugehörige Situation im FIR-Filter & Tiefpass:

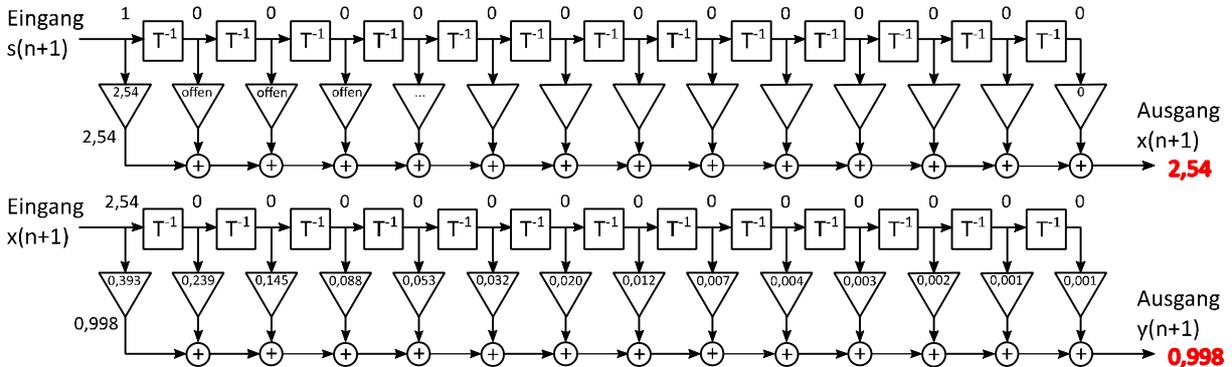


Abbildung 25, FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten), Takt1

Mit den nächsten Koeffizienten wird es ein klein wenig komplizierter. Die Sprunganregung durchläuft nun mit jedem Takt die weiteren Koeffizienten des Tiefpasses und natürlich des FIR-Filters. Am Ausgang des Tiefpasses soll bei Anregung mit der Sprungantwort genau selbige anliegen. Dies hat zur Folge, dass mit dem Takt 2 in der Koeffizientenmatrix des Tiefpasses dort der Wert 2,54 an k2_Tp anliegt. Ausgangs des Tiefpasses ergäbe das, wenn der nächste Koeffizient des FIR-Filter k2_FIR schlicht 0 wäre:

$$((k1_{FIR} + k2_{FIR}) \cdot k1_{Tp}) + (k1_{FIR} \cdot k2_{Tp}) = ((0+2,54) \cdot 0,393) + (2,54 \cdot 0,239) = 1,61 \text{ ! Fehler}$$

Das darf aber nicht auftreten, da ja am Ausgang des Tiefpasses genau die anregende Sprungantwort mit dem Wert 1 anliegen soll.

Es ist also in geeigneter Weise der zweite Koeffizient des FIR-Filters zu finden. Damit diese Bedingung erfüllt wird, soll gelten:

$$((k_{1_{FIR}}+k_{2_{FIR}}) \cdot k_{1_{Tp}}) + (k_{1_{FIR}} \cdot k_{2_{Tp}}) = ((k_{1_{FIR}}+k_{2_{FIR}}) \cdot 0,393) + (2,54 \cdot 0,239) = 1$$

$$((k_{1_{FIR}}+k_{2_{FIR}}) \cdot 0,393) + 2,54 \cdot 0,239 = 1$$

$$(2,54 \cdot 0,393) + k_{2_{FIR}} \cdot 0,393 = 1 - 0,607$$

$$1 + k_{2_{FIR}} \cdot 0,393 = 1 - 0,607$$

$$k_{2_{FIR}} = -0,607/0,393$$

$$k_{2_{FIR}} = -1,54$$

Die zugehörige Situation im FIR-Filter & Tiefpass:

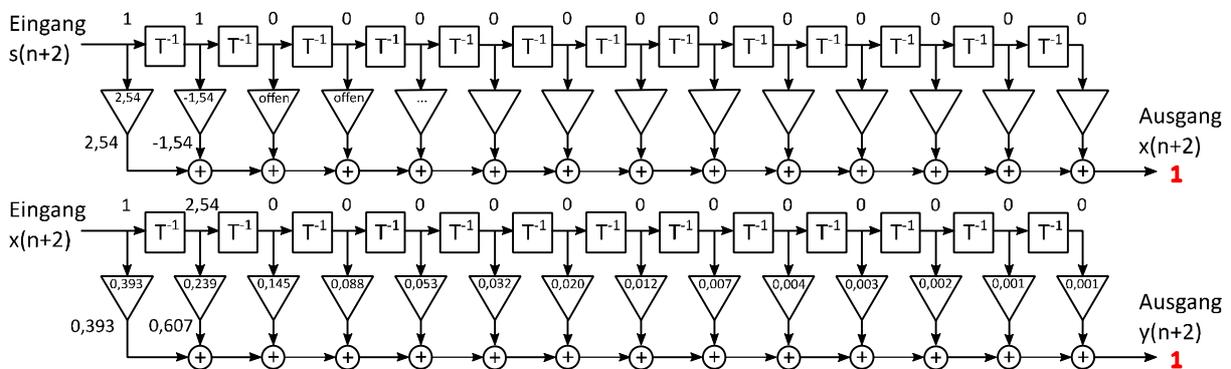


Abbildung 26, FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten), Takt2

In der Koeffizientenmatrix des Tiefpasses liegt mit dem Takt 2 an $k_{2_{Tp}}$ der Wert 2,54 an und an $k_{1_{Tp}}$ der Wert -1,54. Entsprechend ergibt sich mit dem zweiten Takt am Ausgang des Tiefpasses wieder eine 1, genau wie mit dem ersten Takt aufgrund der Aufsummierung aller Werte, wie es eine FIR-Filterstruktur mit sich bringt.

Unschwer zu erkennen ist, dass sich mit jedem weiteren Takt die Berechnung durch das Aufsummieren der/des Eingangswerte(s) erheblich ausweitet. Somit mag nur noch für den dritten Takt eine Darstellung erfolgen:

$$((k_{1_{FIR}} + k_{2_{FIR}} + k_{3_{FIR}}) \cdot k_{1_{Tp}}) + (k_{1_{FIR}} + k_{2_{FIR}}) \cdot k_{2_{Tp}} + (k_{1_{FIR}} \cdot k_{3_{Tp}}) = 1$$

$$k_{1_{FIR}} \cdot k_{1_{Tp}} + k_{2_{FIR}} \cdot k_{1_{Tp}} + k_{3_{FIR}} \cdot k_{1_{Tp}} + k_{1_{FIR}} \cdot k_{2_{Tp}} + k_{2_{FIR}} \cdot k_{2_{Tp}} + k_{1_{FIR}} \cdot k_{3_{Tp}} = 1$$

$$k_{1_{FIR}} \cdot k_{1_{Tp}} + k_{2_{FIR}} \cdot k_{1_{Tp}} + k_{1_{FIR}} \cdot k_{2_{Tp}} + k_{2_{FIR}} \cdot k_{2_{Tp}} + k_{1_{FIR}} \cdot k_{3_{Tp}} - 1 = -k_{3_{FIR}} \cdot k_{1_{Tp}}$$

$$0,998 \quad -0,605 \quad +0,607 \quad -0,368 \quad +0,368 \quad -1 = -k_{3_{FIR}} \cdot k_{1_{Tp}}$$

$$k_{3_{FIR}} \cdot k_{1_{Tp}} = -0$$

$$k_{3_{FIR}} = 0$$

Die zugehörige Situation im FIR-Filter & Tiefpass:

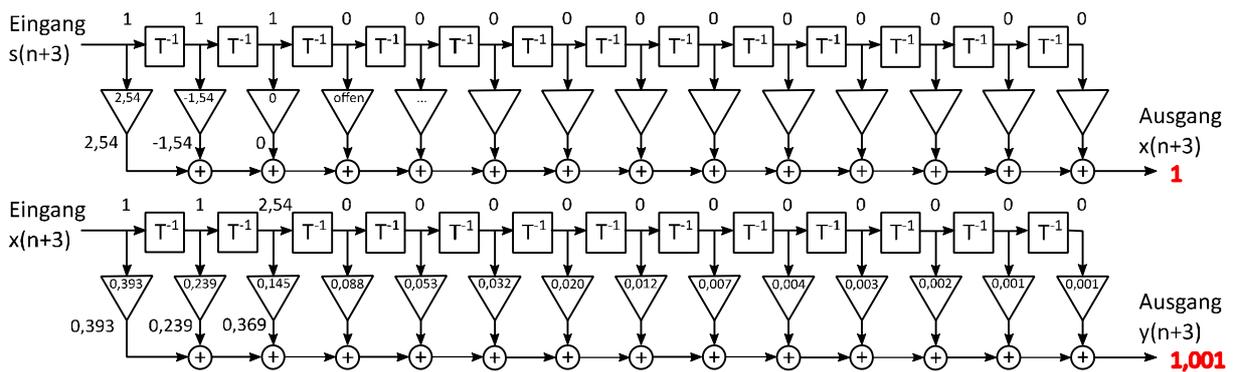


Abbildung 27, FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten), Takt3

Die Werte sind infolge der Berücksichtigung von nur drei relevanten Stellen leicht fehlerbehaftet. Es ergibt sich aber auch unter Berücksichtigung einer hohen Wertauflösung für $k_{3\text{FIR}}$ der Wert 0. Ferner sind alle folgenden Koeffizienten des FIR-Korrekturfilters ebenfalls 0, was im Nachhinein in diesem besonderen Fall plausibel ist (siehe hierzu die Koeffizientenermittlung mittels Impulsantwort Kapitel 3.2). Was für das „Ladeverhalten“ der beiden ersten Werte gilt, muss ebenso für das „Ladeverhalten“ der weiteren Werte gelten. Diese Verhältnisse bleiben stets gleich, nur die Amplitude der Einzelwerte in der Filternachbildung des Tiefpasses klingt ab.

Mit dieser, dem Tiefpass, vorgeschalteten FIR-Korrektur mit $k_{1\text{FIR}} = 2,54$ und $k_{2\text{FIR}} = -1,54$, restliche Koeffizienten 0, ist dieser so zu korrigieren, dass sich damit insgesamt eine ideale Strecke, soll heißen, fehlerfreie Übertragung vom Eingang Signale $s(n)$ bis zum Ausgang Signale $y(n)$ ergibt. Am Ausgang liegt genau das Anregungssignal, der Sprung, an.

Ein kompletter Durchlauf der Sprungantwort nach 14 Takten sieht wie folgt aus:

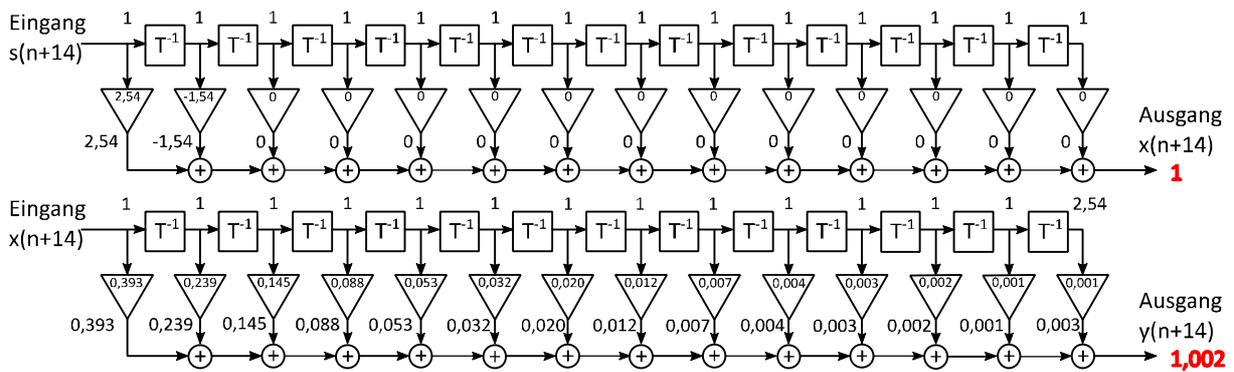


Abbildung 28, FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten) nach kompletten Durchlauf Sprunganregung, Takt14

Zur Abweichung im Ergebnis für Takt14: Eigentlich sollte hier nur 1,000 stehen, siehe auch nachfolgendes Kapitel 3.2. Die Abweichung beruht nicht nur auf Rundungsfehlern bzw. Abschneiden der Koeffizienten auf drei Nachkommastellen.

Nachgelagert sei darauf hingewiesen, dass die obigen Berechnungen vereinfacht dargestellt sind, und zwar auf Verzicht der formal korrekt notwendigen Nennung der jeweils zu jedem Schritt gehörenden Eingangsgröße. Da diese im ganzen Vorgang 1 ist, kann so verfahren werden. Es braucht nicht jedesmal Eingangswert $s(n) \cdot k(n)_{\text{FIR}} \times k(n)_{\text{TP}}$ geschrieben werden.

Nochmals zusammengefasst der Durchlauf der Sprunganregung durch Korrekturfilter und Tiefpass, Takt1:

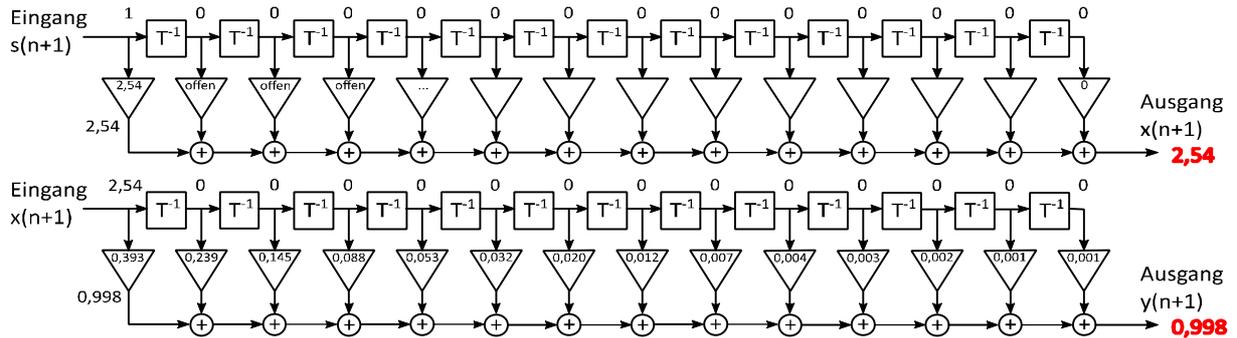


Abbildung 29, FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten), Takt1

Takt2:

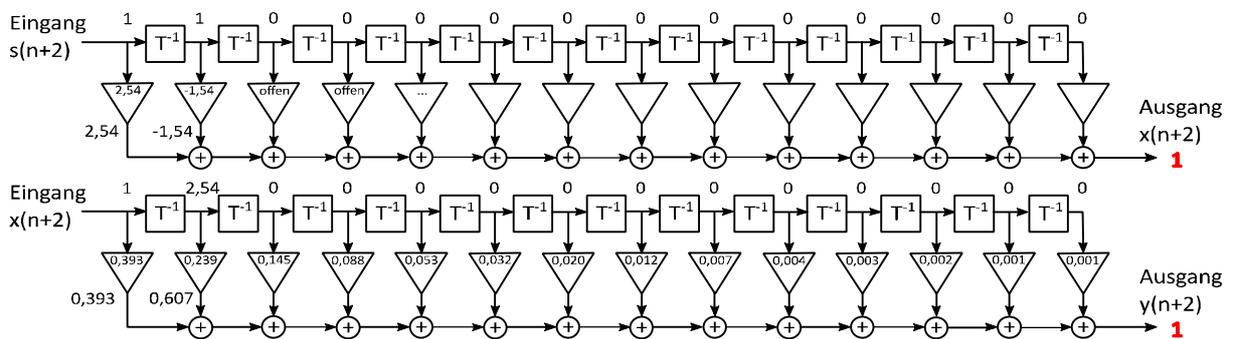


Abbildung 30, FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten), Takt2

Takt3:

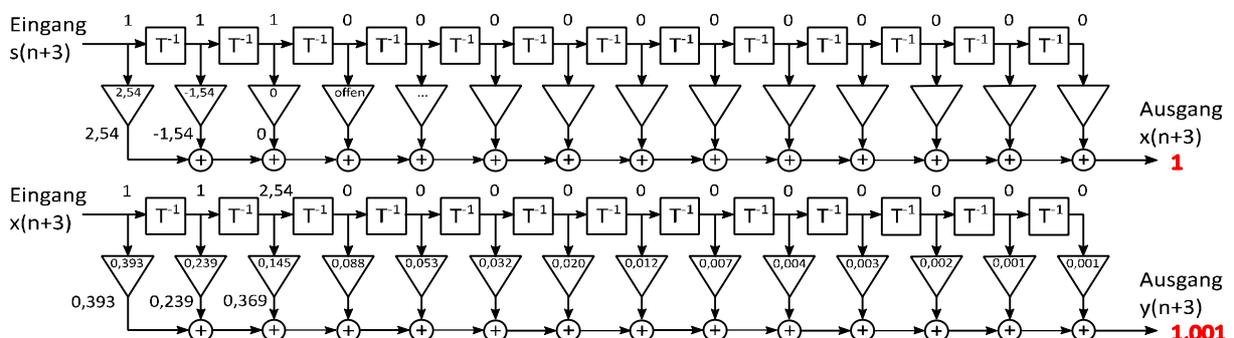


Abbildung 31, FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten), Takt3

Usw., bis letzter Takt 14 wie folgt aussieht:

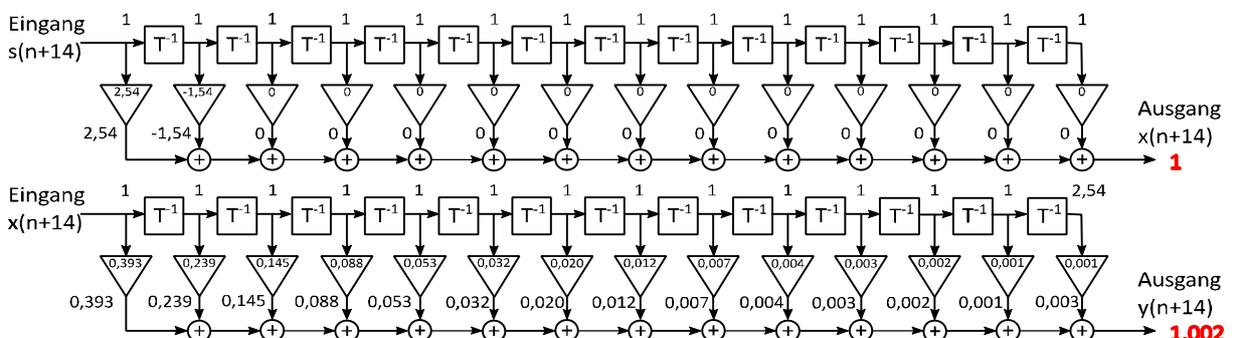


Abbildung 32, FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten) nach kompletten Durchlauf Sprunganregung, Takt14

3.2 FIR-Korrekturkoeffizienten über Impulsanregung ermitteln

Eine weitere, wie wir sehen werden etwas einfachere, Möglichkeit die Koeffizienten zu ermitteln bietet die Anregung am Eingang mit einem Impuls. Dieser hat die Länge von einem Sample mit dem Wert (Amplitude) 1. Am Ausgang der gesamten Strecke darf dementsprechend auch nur dieser eine Impuls entstehen (so würde sich ein ideales System verhalten).

Zunächst gelten die gleichen Bedingungen wie unter Kapitel 3.1. Aus unserer Signalquelle hat für lange Zeit der Wert 0 vorgelegen, sodass sowohl im FIR-Korrekturfilter wie auch der Tiefpassnachbildung in allen Stufen Nullen anliegen. Ferner korrigieren wir ebenso nicht für den Zeitpunkt 0.

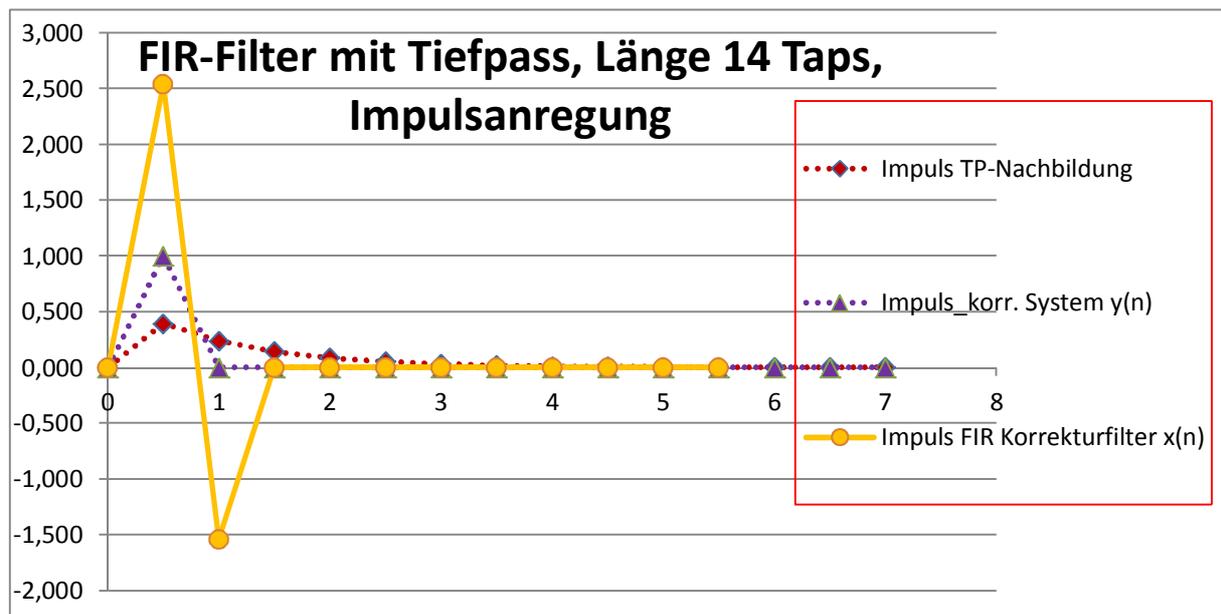


Abbildung 33, Tp-Nachbildung und FIR-Korrekturfilter in Impulsdarstellung

Zum Zeitpunkt 0,5, erster Takt, liegt von der Signalquelle eine 1 am FIR-Filter an. Es gilt wie schon zuvor, dass entsprechend eine Verstärkung von 2,54 ($1/k_{1Tp} = 1/0,393$) erfolgen muss, damit am Ausgang des Tiefpasses eine 1 entsteht. Unser erster Koeffizient für das FIR-Filter ist somit $k_{1FIR} = 2,54$. Koeffizient k_{1FIR} mit Koeffizient k_{1Tp} multipliziert ergibt 1 am Ausgang des Tiefpasses. Die weiteren Stellen Tiefpass wie FIR-Filter sind zu diesem Zeitpunkt noch auf 0. Situation im FIR-Filter & Tiefpass:

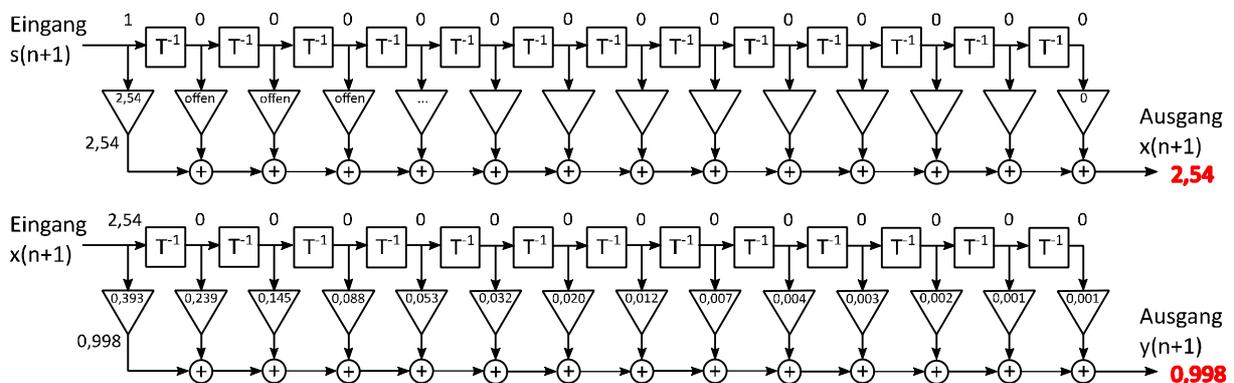


Abbildung 34 Impulsanregung FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten), Takt1

Wir kommen nun zum zweiten Takt. Am Eingang des FIR-Filters liegt abweichend zur Sprunganregung bereits wieder eine 0 an. Mit dem zweiten Takt vereinfachen sich die Berechnungsformeln, da am Eingang der Wert 0 liegt, infolge dessen im FIR-Filter keine weiteren Komponenten durch Aufsummierung neuer Eingangswerte stattfinden. Achtung: Am Ausgang des Tiefpasses muss mit dem zweiten Takt ebenfalls eine 0 anliegen, wir wollen schließlich auch dort den Impuls sehen, wie er am Eingang angelegen hat. Nun ist an die zweite Stelle des Tiefpasses k_{2Tp} der erste Werte des FIR-Filter durchgereicht, damit ergibt sich für diesen Zustand für die Ermittlung von k_{2FIR} für Ausgangswert 0 des Tiefpasses :

$$(k_{2FIR} \cdot k_{1Tp}) + (k_{1FIR} \cdot k_{2Tp}) = 0 (!),$$

$$(k_{2FIR} \cdot k_{1Tp}) = - (k_{1FIR} \cdot k_{2Tp})$$

$$k_{2FIR} \cdot 0,393 = - (2,54 \cdot 0,239k_{2Tp}) = -0,607$$

$$k_{2FIR} = -0,607/0,393 = -1,54$$

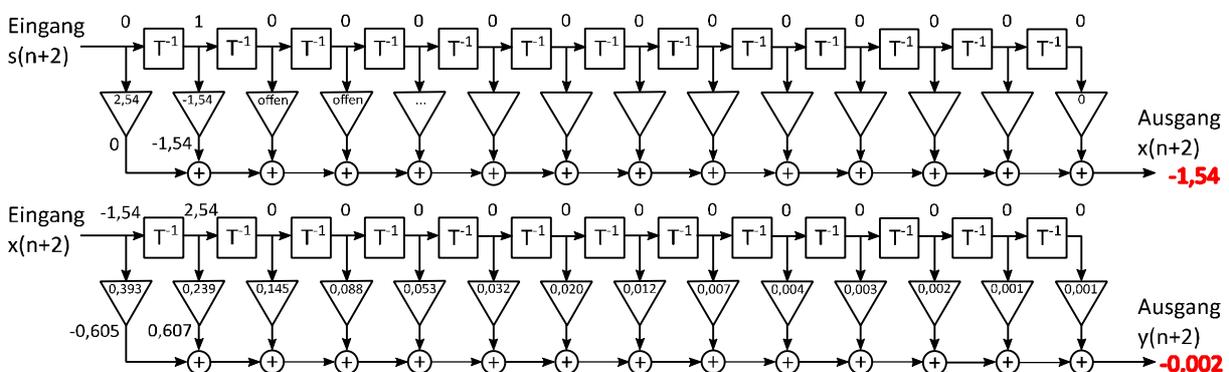


Abbildung 35, Impulsanregung FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten), Takt2

Betrachten wir nun ergänzend den dritten Takt:

$$(k_{2FIR} \cdot k_{2Tp}) + (k_{1FIR} \cdot k_{3Tp}) = 0$$

$$(-1,54 \cdot 0,239) + (2,54 \cdot 0,145) = 0$$

$$-0,368 + 0,368 = 0$$

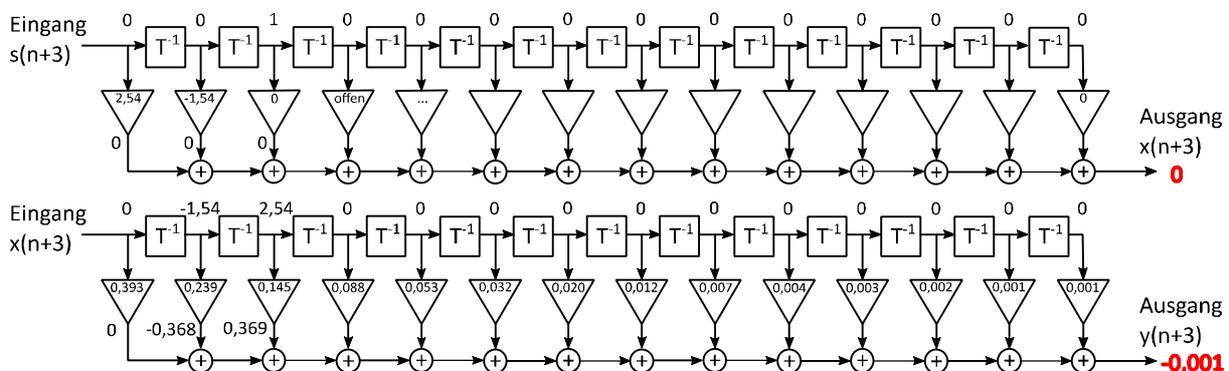


Abbildung 36, Impulsanregung FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten), Takt3

Gut ersichtlich ist hier die gegenüber der Berechnungsmethode mit Sprunganregung wesentlich vereinfachte Berechnung. Es brauchen stets nur so viele Elemente berücksichtigt werden, wie an von 0 abweichenden Koeffizienten des FIR-Filters vorliegen.

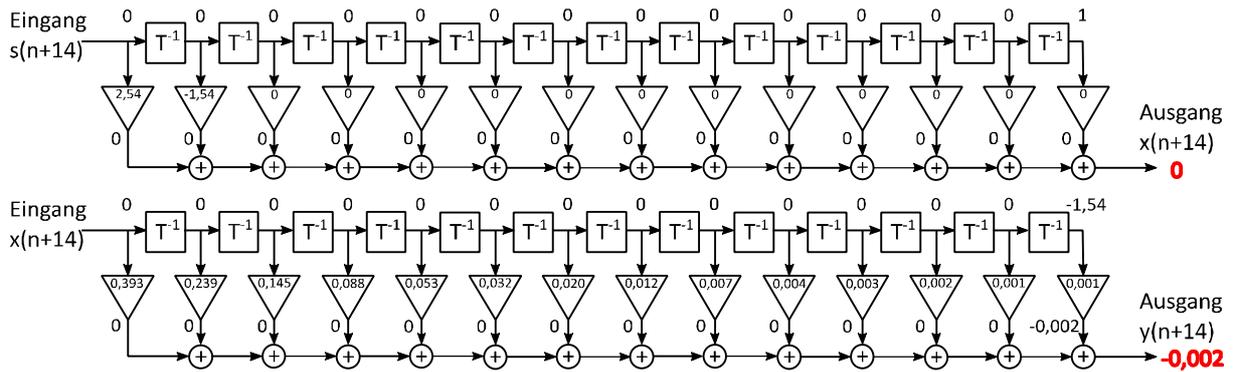


Abbildung 37, Impulsanregung FIR-Korrekturfilter (oben) mit Tiefpass (unten), Takt14, kompletter durchgelaufen

Die Abweichung von Null des Ausgangswertes am Ende des Impulsdurchlaufes begründet sich nicht allein in Rechenungenauigkeiten aufgrund nur drei relevanter Stellen in den Koeffizienten, sie ist ferner im „Abschneiden“ der Streckennachbildung des Tiefpasses zu begründen. Der analoge Tiefpass würde weiterhin den Impuls „glätten“, hier entstände der Fehler nicht. Die digitale Streckennachbildung mit „nur“ 14 Koeffizienten kann dies zwangsläufig nicht, da die glättende Wirkung mit Ende der Koeffizientenmatrix ebenfalls endet. Je mehr Taps diese aufwiese, desto geringer fiele der Fehler am Ende aus, würde ohne „trickreiche“ Kompensation (siehe Kapitel 6.6) aber nie vollkommen Null werden. In der realen Anwendung ist dieser „Abschneide-Effekt“ jedoch meist unerheblich, da dort für gewöhnlich die Korrektur auf das letzte Element in einer Wiedergabekette zielt und dort ein analoges System (wie z.B. Lautsprecher) als zu korrigierende Baugruppe vorliegt.

Darüber hinaus ist aus der Betrachtung der Impulsantwort recht plausibel nachvollziehbar, warum in diesem einfachen (besonderen) Beispiel nur zwei Koeffizienten zur Korrektur erforderlich sind, obwohl üblicherweise stets eine eher große Anzahl bzw. Länge des FIR-Korrekturfilters erforderlich ist.

Der zu korrigierende Tiefpass (zur Erinnerung, es handelt sich um eine Ladekurve) folgt einer Funktion, die stets zwischen zwei zeitlich gleich weit entfernten Punkten um den gleichen relativen Anteil wächst. Der Zuwachs entspricht der Spalte „FIR-Koeff. der Strecke (Steigung)“ in Tabelle 1. Wird nun das Verhältnis der Werte zueinander berechnet (mathematisch die Steigung über die Steigung, sprich zweite Ableitung der Ladekurve) so ergibt sich beispielhaft:

Tabelle 4, relativer "Ladungszuwachs"

Als "analoge" Strecke dient der einfache Tiefpass erster Ordnung					
Sample-Nr.	Sample-Zeitpunkt in s	Amplitude (gesampelter Wert)	FIR-Koeff. der Strecke (Steigung)	Steigung(n) / Steigung(n+1)	Steigung der FIR-Koeffizienten
0	0	0,000	0,000	entfällt	entfällt
1	0,5	0,393	0,393	0,393/0,239	1,64
2	1	0,632	0,239	0,239/0,145	1,65
3	1,5	0,777	0,145	0,145/0,088	1,65
4	2	0,865	0,088	0,088/0,053	1,66
5	2,5	0,918	0,053	0,053/0,032	1,66
6	3	0,950	0,032	0,032/0,020	1,60
7	3,5	0,970	0,020	usw.	usw.

Die nicht exakt gleichen Werte für die Steigung der FIR-Koeffizienten, also dem relativen Ladungszuwachs des Tiefpasses, rühren einfach aus der auf 3 signifikante Stellen begrenzten Auflösung der Tabellenwerte.

Zu erkennen ist aber der gleichmäßige Ladungszuwachs über zeitlich gleich weit auseinanderliegende Punkte mit dem Verhältnis von ca. 1,65.

Bilden wir das Verhältnis unserer gefundenen FIR-Filterkoeffizienten $k_{1\text{FIR}}$ (2,54) zu $k_{2\text{FIR}}$ (-1,54) so erhalten wir den gleichen relativen Zuwachs im Betrag von 1,65 bzw. vorzeichenbehaftet -1,65. Daraus kann nun (einfacher als in Kapitel 3.1) nachvollzogen werden, dass in diesem Beispiel eines Tiefpasses bereits zwei Koeffizienten zur vollständigen Korrektur ausreichen. $k_{1\text{FIR}}$ hebt sozusagen die Dämpfung des Tiefpasses auf und verstärkt den Eingangswert ausreichend, um unmittelbar den ersten Ausgangswert des Tiefpasses auf 100% zu bringen. Aufgrund der Eigenschaft eines Tiefpasses, die Eingangswerte aufzusummieren (der Kondensator des Tiefpasses nimmt solange Ladung auf, wie Eingangsspannung von der des Kondensators abweicht), muss mit $k_{2\text{FIR}}$ das weitere Aufladen gegenkompensiert werden. Und zwar um genau die Intensität mit der die Ladekurve von Wert zu Wert ansteigt.

3.3 Phase und Gruppenlaufzeit bei FIR-Filtern

In unserer bisherigen Betrachtung zu einem FIR-basierten Korrekturfilter sind wir nur über die Berücksichtigung des Zeitsignales vorgegangen. Dies in der Art, dass die Strecke Korrekturfilter mit Tiefpass an dessen Ausgang (möglichst) zeitgleich das Signal des Einganges erscheinen lässt. In unserem Beispiel hätte dies zur Folge, dass keine Laufzeit zwischen Eingang und Ausgang der gesamten Strecke vorläge. (Ganz genau genommen läge die Laufzeit zwischen 0 und 1 Sample, je nachdem wann der Takt in Bezug auf die Änderung der Eingangsgröße anliegt).

Kurz zur Erinnerung:

Eine ideale Strecke, also Ausgang folgt exakt dem Eingang, hat einen ebenen Frequenzgang mit Verstärkung 1 und einen ebenen Phasengang mit Phase 0° bzw. konstante Gruppenlaufzeit von 0s. Je nach Anwendung wird natürlich eine Strecke mit einer von 1 abweichenden Verstärkung bei ebenen Frequenzgang und konstanter Gruppenlaufzeit (nicht Phase!) auch als ideal angesehen werden.

Nun bieten aber FIR-Filter im Gegensatz zu analogen Filtern die Möglichkeit, den Frequenzgang unabhängig vom Phasengang bzw. Gruppenlaufzeit zu korrigieren. Somit ergeben sich verschieden Korrekturszenarien:

- Es wird nur der Frequenzgang korrigiert
- Es wird nur der Phasengang / die Gruppenlaufzeit korrigiert
- Es wird sowohl Frequenzgang als auch Phasengang korrigiert (=> Frequenzantwort)

In unserem Beispiel haben wir, da wir das Zeitsignal „im Ganzen“ zur Korrektur herangenommen haben und den Ausgang amplitudenbezogen zeitgleich dem Eingang setzten, o.g. letztere Korrektur vorgenommen. Wir haben die Frequenzantwort korrigiert.

Da es jedoch vergleichsweise sehr schwierig ist, in einem Zeitsignal nachvollziehbar Frequenz- und Phasengang voneinander zu trennen, möge hier lediglich an einem sehr einfachen Beispiel dargestellt werden, wie sich in einem FIR-Filter durch geeignete Festlegung der Koeffizienten die Phase (in diesem Fall die Gruppenlaufzeit) getrennt vom Frequenzverhalten manipulieren lässt.

3.4 FIR-Filter aus Kapitel 3.1/3.2 mit geänderter Phase

Die Koeffizienten für ein FIR-Filter zur Korrektur unseres Tiefpasses haben wir oben gefunden, wir benötigen lediglich zwei Koeffizienten $k_{1_{\text{FIR}}} = 2,54$ und $k_{2_{\text{FIR}}} = -1,54$. Im Prinzip könnte unser FIR-Filter mit 2 Taps Länge auskommen, 14 werden nicht wirklich benötigt.

Wie können wir nun exemplarisch bei gleich bleibendem Frequenzgang des FIR-Filters bzw. der gesamten Strecke Einfluss auf den Phasengang / die Gruppenlaufzeit nehmen?

Wir belassen z.B. unsere FIR-Filterkoeffizienten so wie sind, jedoch verändern wir die Position innerhalb unseres 14Taps langen Filters. Der Korrekturfaktor 2,54 möge nun zu $k_{10_{\text{FIR}}}$ werden und der Korrekturfaktor -1,54 zu $k_{11_{\text{FIR}}}$, alle anderen natürlich zu 0. Dies hat zur Folge, dass das Eingangssignal durch das FIR-Filter 10 Takte verzögert am Ausgang erscheint. Welche konkreten Auswirkungen hinsichtlich Phase bzw. Gruppenlaufzeit bringt das mit sich?

Konkretisieren wir unser Beispiel mit einem echten Takt:

Die Abtastfrequenz möge 48kHz sein, ein Sample-Takt also $20,83\mu\text{s}$. Die Durchlaufzeit mit 10 Taps / Takten Delay entspricht somit $208,3\mu\text{s}$ ($20,83\mu\text{s} \cdot 10$).

Die Gruppenlaufzeit wäre somit $208,3\mu\text{s}$. Aber was bedeutet dies für den Phasengang?

Die Phase zwischen Ausgang und Eingang bestimmt sich durch die Laufzeitverzögerung in Bezug auf die anliegende Frequenz bzw. deren Periodendauer.

$$\text{Phase } \varphi = \frac{\Delta t(U_a \text{ zu } U_e)}{\text{Periodendauer } T} * 360^\circ$$

In unserem Beispiel ergibt sich eine negative Zeit für Δt von $-208,3\mu\text{s}$. U_a verspätet sich gegenüber U_e , daraus ergibt sich als Verhältnis U_a/U_e zwangsläufig einen negative Zeit. Exemplarisch folgen einige sich ergebende Phasenwinkel bei verschiedenen Frequenzen des Eingangssignals:

500Hz ($T= 2\text{ms}$) => $\varphi = -37,5^\circ$

1kHz ($T= 1\text{ms}$) => $\varphi = -75^\circ$

1,5kHz => $\varphi = -112,5^\circ$

2kHz => $\varphi = -150^\circ$

2,5kHz => $\varphi = -187,5^\circ$

.....

10kHz => $\varphi = -750^\circ$

.....

20kHz => $\varphi = -1500^\circ$

Wie zu erkennen, hat unsere einfache Verschiebung der Korrekturkoeffizienten in der Filtermatrix eine erhebliche Auswirkung auf die Phase. In der realen Anwendung dieses Beispiels wäre die Wirkung jedoch undramatisch, da alle Signalfrequenzen des Ausganges zueinander keine Phasenverschiebung haben, da eine konstante Gruppenlaufzeit vorliegt.

Das Beispiel sollte nur verdeutlichen, dass über die Positionen der Korrekturwerte in der FIR-Matrix eine Wirkung auf die Phase realisiert werden kann.

In der konkreten Anwendung in realer Umgebung, z.B. bei der Korrektur des Frequenz- und Phasenganges eines Lautsprechers, wird natürlich anders vorgegangen. Hier wird über den Frequenz- und Phasengang des notwendigen Korrekturfilters durch mathematische Überführung dessen in eine Impulsantwort der Koeffizientensatz des FIR-Filters berechnet. Händisch ist dies nicht darstellbar, insbesondere bei der üblich notwendigen hohen Koeffizientenanzahl.

4 Wirkungszusammenhänge beim Einsatz von FIR-Filtern

In unserem Beispiel haben wir zunächst nur die Zusammenhänge des FIR-Filters zur „realen Welt“ hinsichtlich der Zeit berücksichtigt, einfach um die Wirkungsweise ober besser die Grundfunktion von FIR-Filtern einfacher verstehen zu können. Wir nahmen lediglich eine Digitalisierung in der Zeitachse vor, ohne uns genauer über deren ggfs. fehlerverursachenden Auswirkungen im Frequenzbereich auszulassen. Unberücksichtigt blieb die ebenfalls pegelbezogene Auflösung, welche bei der Signalverarbeitung in einem Prozessor zwingend geschehen muss.

Grundsätzlich muss gesagt werden:

Ein FIR-Filterentwurf wird nahezu immer über die Betrachtung des Frequenzverhaltens hinsichtlich Pegel und Zeit über die Frequenz geschehen.

Dazu ist es erforderlich, sich insbesondere die Zusammenhänge zwischen Frequenzauflösung und Zeitauflösung eines Signales bzw. einer angestrebten Korrektur zu widmen.

Allgemein bekannt ist die Notwendigkeit bei der Bearbeitung von analogen Signalen mittels digitaler Signalverarbeitung eine ausreichend hohe Zeitauflösung vorzusehen. Es gilt hier, dass die Abtastrate mindestens doppelt so hoch sein muss, wie die höchste zu bearbeitende Frequenz des Analogsignals. Die FIR-Filter arbeiten üblicherweise mit einer der Abtastrate entsprechenden Taktrate.

Sollen mit FIR-Filtern nun Aufgaben realisiert werden, so ist zunächst die niedrigste zu bearbeitende Frequenz relevant bzw. die notwendige Frequenzauflösung. Beide hängen in der Art zusammen, dass die Frequenzauflösung der niedrigsten auflösbaren (zu bearbeitenden) Frequenz entspricht. Das FIR-Filter muss eine Länge bzw. Anzahl der Koeffizienten (mal der Abtastrate) aufweisen, die mindestens der Periodendauer der niedrigsten zu bearbeitenden Frequenz entspricht. Was unter der „niedrigsten zu bearbeitenden Frequenz“ zu verstehen ist wird später in Kapitel 4.2 erläutert.

4.1 Wir konstruieren ein Beispiel: „Gleitender Mittelwert“ (Tiefpass)

Ein Signal soll in der Art gefiltert werden, dass zu hohen Frequenzen hin eine Dämpfung entsteht. Die erste Frequenz, die eine hohe Dämpfung erhalten soll möge 100Hz sein, die Abtastrate betrage 100kHz. Eine besonders einfache Form eine Dämpfung zu realisieren, liegt in der Anwendung des „Gleitenden Mittelwertes“, eine sehr einfache Form eines FIR-Tiefpasses. Hier wird über eine festgelegte Zeit das Eingangssignal in der Form gemittelt, das über eine bestimmte Zeit die Werte aufaddiert und anschließend durch die Anzahl der Werte geteilt wird. In unserem Beispiel wird das FIR-Filter 1000 Koeffizienten haben, wobei jeder den Wert $1/1000$ aufweist. Dieser einfache Tiefpass wird so für die Frequenz 0Hz die Verstärkung 1 haben (wie ein analoger Tiefpass).

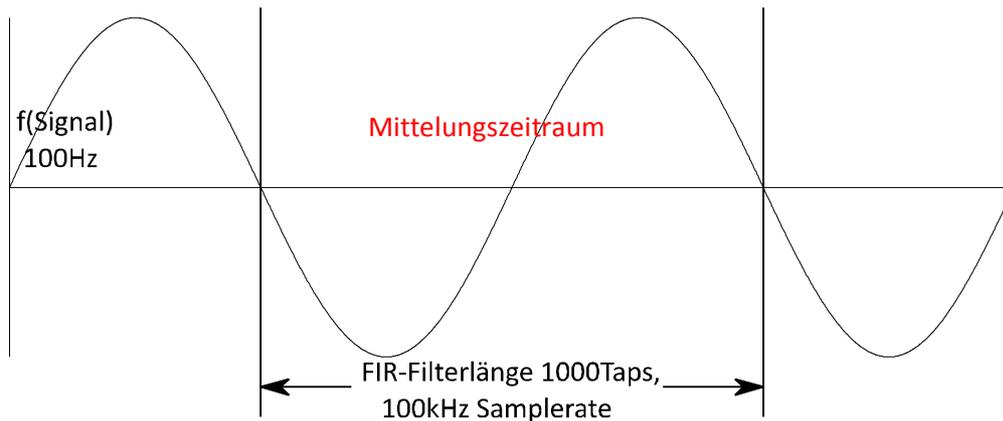


Abbildung 42, Gleitender Mittelwert 100Hz 0°

Nun betrachten wir die Situation eine viertel Periode später:

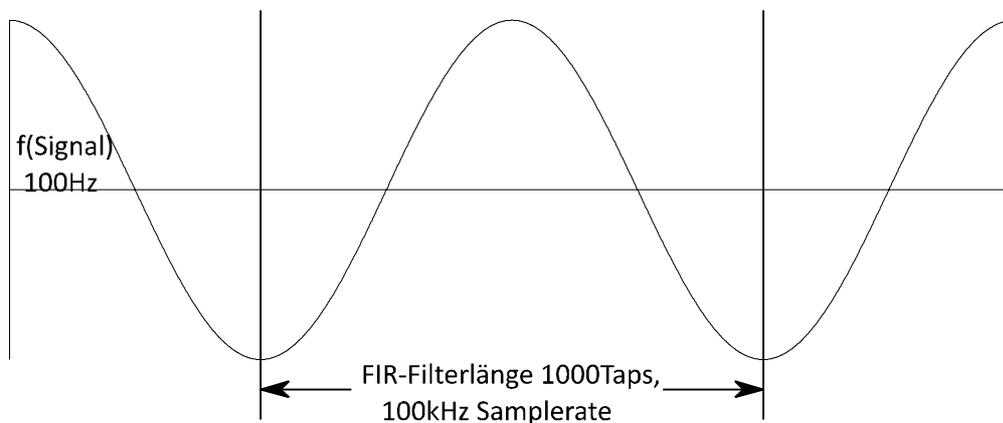


Abbildung 43, Gleitender Mittelwert 100Hz + 90°

Im obigen Beispiel werden für 10ms (zeitliche Länge des FIR-Filters) somit 1000 Sample aufaddiert und danach durch Faktor 1000 geteilt. Zu erkennen ist, dass in diesem Fall stets genauso viele gleiche positive wie negative „Kurvenanteile“ im Mittelungsfenster liegen, was am Ausgang des Filters zu einem Signal der Amplitude 0 führt. Egal zu welchem Zeitpunkt wir die Situation betrachten, es bleibt stets am Ausgang des Filters eine 0 anliegen. Damit wäre die erste Forderung, 100Hz Eingangssignal am Ausgang stark abzuschwächen erfüllt.

Betrachten wir den darüber liegenden Frequenzbereich, der ebenfalls eine Dämpfung erhalten soll und erhöhen die Eingangsfrequenz auf 150Hz:

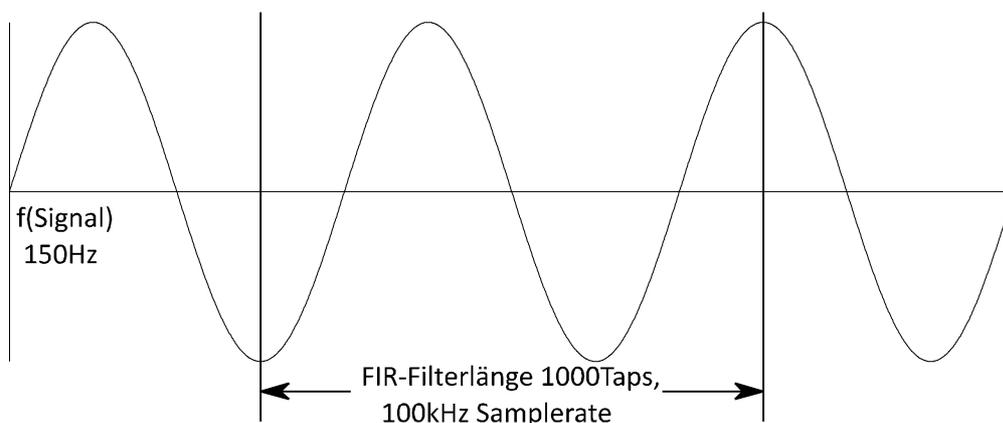


Abbildung 44, Gleitender Mittelwert 150Hz 0°

Hier ergibt sich ebenfalls volle Dämpfung, liegen auch in dieser Situation gleich viele positive wie negative Kurvenanteile im Mittelungsfenster. Doch Vorsicht, wir müssen zumindest eine andere zeitliche Bedingung gegenprüfen, z.B. wie unten eine viertel Periode später:

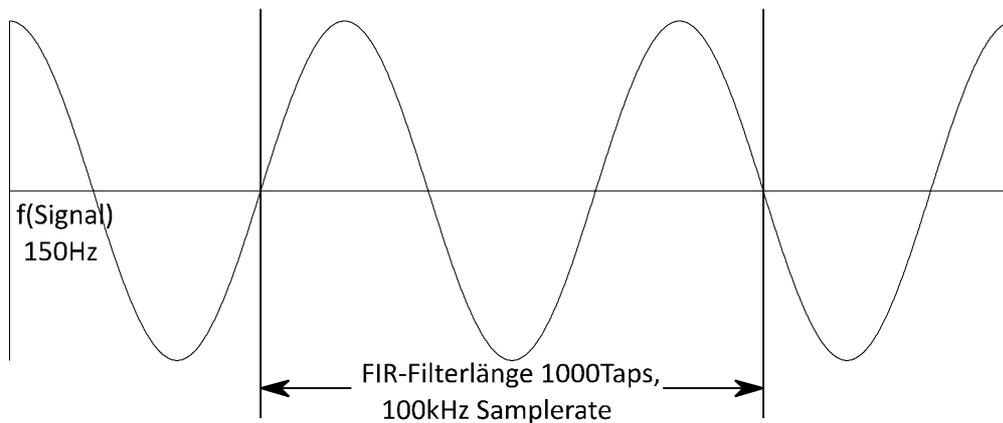


Abbildung 45, Gleitender Mittelwert 150Hz + 90°

Deutlich zeichnet sich ab, wie zu diesem Zeitpunkt eine ganze positive Halbwelle als sich nicht ausgleichender „Rest“ im Mittelungsfenster liegt und am Ausgang des Filters zwangsläufig ein doch recht großer Amplitudenwert vorliegen wird. Eine weitere viertel Periode später werden sich positive und negative „Kurvenanteile“ wieder aufheben, mit 0 am Filterausgang, und weitere 90° später wird eine ganze negative Halbwelle als „Rest“ im Filter mit entsprechender negativer Amplitude am Ausgang anstehen. Am Ausgang des Filters werden die 150Hz (natürlich weiterhin als Sinus) durchkommen, wenn auch nicht mit voller Amplitude (ca. 1/3, genaueres folgt unten).

Wir betrachten das Filterverhalten für 200Hz:

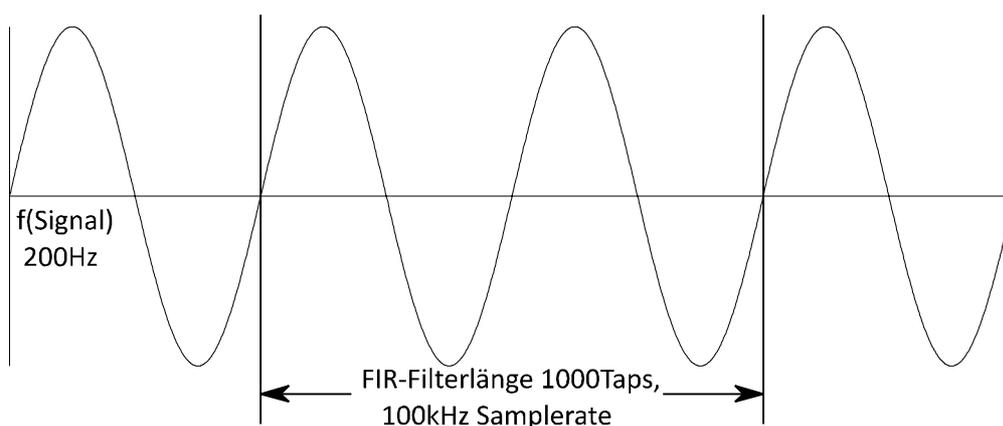


Abbildung 46, Gleitender Mittelwert 200Hz 0°

Bei 200Hz gleichen sich die positiven wie negativen Kurvenanteile im Filter unter 0° wieder aus, das Ausgangssignal wird zu Null. Schauen wir, ob das auch für den Zeitpunkt eine viertel Periode später gelten wird:

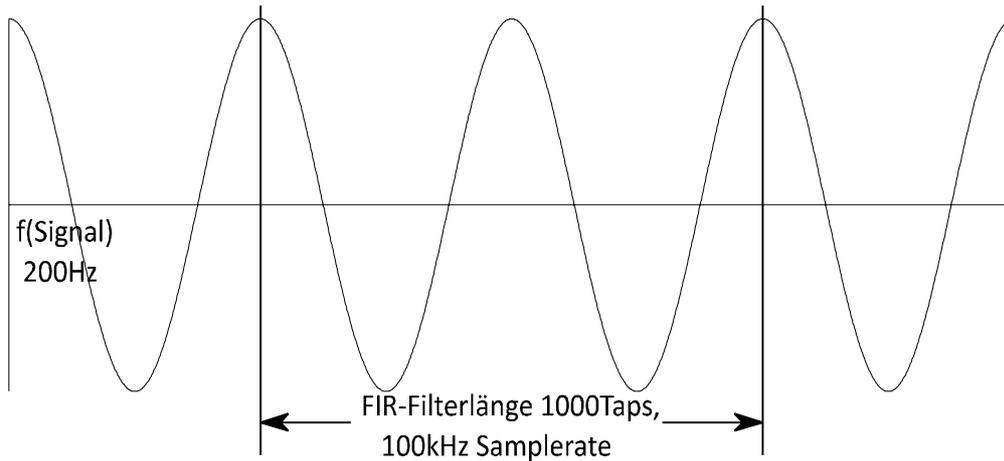


Abbildung 47, Gleitender Mittelwert + 90°

Auch eine viertel Periode später ergibt sich für positive wie negative „Kurvenanteile“ eine komplette Auslöschung derer. Mit 200 Hz Eingangssignal wird wieder eine vollkommene Auslöschung des Eingangssignales erreicht. Wird das oben beschriebene Verhalten für weitere Frequenzen durchdacht, so ist leidlich unschwer erkennbar, das FIR-Filter arbeitet für Frequenzen, deren Periodenlänge dem des FIR-Filter entspricht höchst exakt, dazwischen findet auch eine Wirkung statt, aber nicht so effektiv bzw. etwas „unkontrolliert“.

Natürlich müssen wir noch ein Augenmerk auf niedrige Frequenzen werfen, dort soll unser Filter ja möglichst nicht dämpfen. Für die Frequenz 50Hz sehen wir:

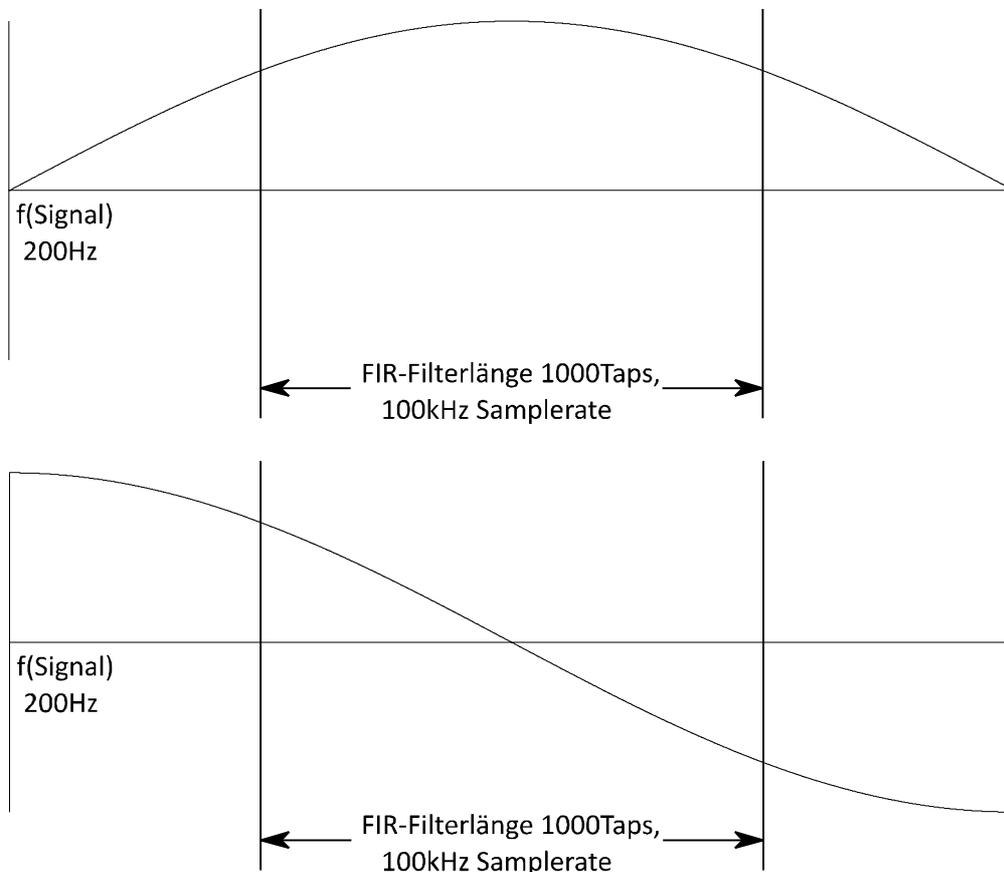


Abbildung 48, Gleitender Mittelwert 50Hz, oben 0°, unten + 90°

Für Frequenzen unterhalb 100Hz dämpft unser FIR-Filter noch etwas, je tiefer die Frequenz, umso geringer wird die Dämpfung ausfallen, für Gleichwerte (DC) ist der Durchlass dann bei 100%, die Verstärkung somit dort 1.

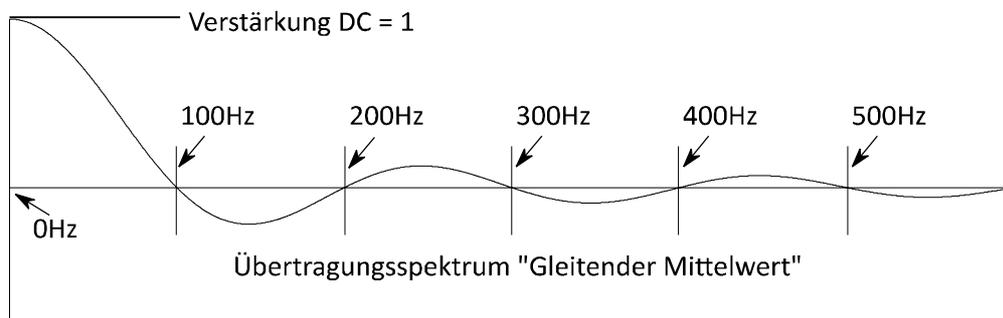


Abbildung 49, Übertragungsspektrum Gleitender Mittelwert, bis 500Hz dargestellt

In Abbildung 49 sehen wir das Übertragungsspektrum unseres Tiefpasses. Hier noch mit Berücksichtigung der Phase dargestellt, die negativen Verstärkungsbereiche bedeuten eine Phasenlage Ausgang zu Eingang im Bereich -180° bis 0° , die positiven entsprechend 0° bis 180° . Das Übertragungsspektrum folgt mathematische der SI-Funktion.

Im Audibereich eingängiger ist eher die Darstellung des Frequenzganges, s.h. die Verstärkung wird nur als Betragskurve (positive Werte) wiedergegeben:

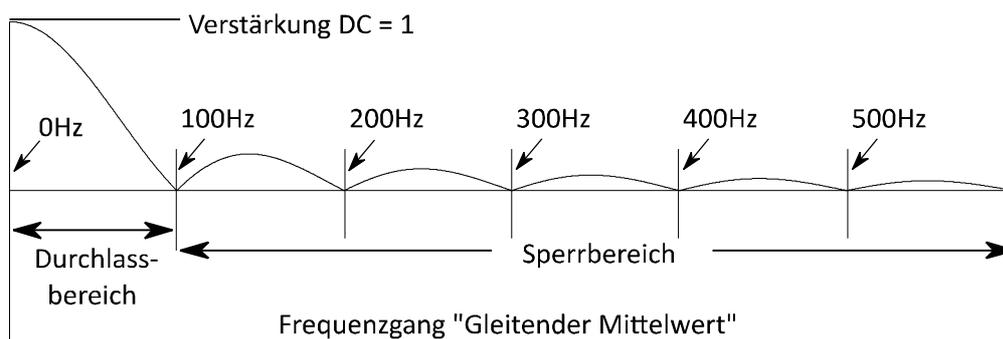


Abbildung 50, Frequenzgang Gleitender Mittelwert, bis 500Hz dargestellt

Wem schon einmal Frequenzgänge von FIR-Filtern untergekommen sind, der wird hier das für diese Filter typische Verhalten der Welligkeit im Sperrbereich sofort wiedererkennen. Die Intensität der Welligkeit (nicht die Periodizität) hängt von der Koeffizientenanzahl in Bezug zu den Anforderungen ab. Üblicherweise werden die Welligkeiten deutlich geringer sein, zumal, wenn auch in diesem Beispiel nicht erkennbar, ebenso im Durchlassbereich eine Welligkeit vorliegt.

4.2 Zeit- bzw. Frequenzzusammenhänge im Schnelldurchgang

Vorab kurz die Begriffe, die in „“ gesetzten sind Eigenkreationen :

- Filterlänge, sie wird repräsentiert durch die Anzahl der Taps, zeitlich gesehen entspricht diese der „Filterperiode“ gebildet durch Anzahl der Taps•Samplingperiode
- „Filterfrequenz“, sie entspricht Abtaste/AnzahlTaps (bzw. dem Kehrwert der „Filterperiode“)
- Sowohl „Filterfrequenz“ wie auch „Filterperiode“ hängen dazu von der FIR-Filterauslegung ab. Bei asymmetrischer FIR-Filterauslegung Kapitel 5.4.1 (Abbildung 77), wie sie bei minimalphasiger Entzerrung (Kapitel 8.3.1, Abbildung 116) oft möglich ist, verhält es sich noch wie oben beschrieben. Bei symmetrischer FIR-Filterauslegung halbiert sich funktional die „Filterperiode“ bzw. verdoppelt sich die „Filterfrequenz“ (Kapitel 7.1, Abbildung 102)
- Niedrigste zu bearbeitende Frequenz ist diejenige Frequenz, bei der eine exakte Korrektur erfolgen soll. Die niedrigste zu bearbeitende Frequenz wäre z.B. bei Tiefpass und Hochpass identisch und entspräche der jeweiligen Grenzfrequenz. Nach den Beispielen aus Kapitel 5 wird dies deutlicher.

Wir dürfen aus unserem zugegeben sehr einfach gestrickten Beispiel bereits einige Rückschlüsse in Bezug auf das Verhalten von FIR-Filtern ziehen:

- Die niedrigste zu bearbeitende Frequenz muss der „Filterfrequenz“ (Anzahl Taps/Sampleperiode) entsprechen oder anders formuliert: Die zeitliche Länge des FIR-Filters (Taps•Samplingperiode), „Filterperiode“, muss mindestens der Periodendauer der niedrigsten zu bearbeitenden Frequenz entsprechen.
- Die Frequenzauflösung entspricht der „Filterfrequenz“
- Eine hohe erforderliche Frequenzauflösung in der Bearbeitung erfordert somit eine niedrige „Filterfrequenz“, s.h. hohe Anzahl Taps bzw. Filterlänge erforderlich auch wenn die Periodendauer der niedrigsten zu bearbeitenden Frequenz deutlich kürzer ist

Aus unserem Beispiel nicht erkennbare Zusammenhänge sind:

- Hohe Dämpfungen im Sperrbereich bzw. geringe Welligkeiten im Durchlassbereich erfordern eine höhere Anzahl an Taps als die niedrigste zu bearbeitende Frequenz erfordern würde (siehe z.B. Tiefpässe 2. oder 4. Ordnung Kapitel 5.1.2 & 5.1.3)
- Korrekturen in der Phase erfordern ggfs. eine höhere Anzahl an Taps: eine minimalphasige Korrektur ist (für gewöhnlich) noch nach Kriterium Anzahl an Taps passend zu niedrigster zu bearbeitender Frequenz realisierbar, eine linearphasige Korrektur benötigt im Allgemeinen die doppelte Anzahl an Taps als die niedrigste zu bearbeitende Frequenz vorgibt (Abbildung 77 zu Abbildung 102, wie auch Kapitel 8.3.1 zu 8.3.4)
- Korrekturen in der Phase über linearphasig hinaus (z.B. Delays für Laufzeitanpassung ganzer Systeme) können ebenfalls schnell eine weitere Erhöhung der Anzahl an Taps erfordern

Wenn die grundsätzlichen Zusammenhänge zwischen Zeit- und Frequenzbereich interessieren, dem sei die Powerpointpräsentation (Lange, Prof. Dr.-Ing. Tatjana, 2002) empfohlen.

4.3 Down-/Upsampling zur Rechenentlastung

Wie wir schon kennengelernt haben, bedarf es für die Bearbeitung niedriger Frequenzen (und ggfs. hoher Frequenzauflösung) bei FIR-Filtern einer sehr großen Anzahl an Koeffizienten. Damit ergibt sich für das Rechenwerk eine u.U. nicht mehr darstellbare Rechenlast, der verarbeitende Prozessor würde es nicht mehr schaffen, zwischen zwei Samples das FIR-Filter komplett durchzurechnen. Ein Beispiel:

Müssten 20Hz Signalfrequenz bearbeitet werden (insbesondere in Phasenlage) so erforderte dies ein symmetrisches FIR-Filter bei 96kHz Samplingrate mit ausgesprochen vielen Koeffizienten mit ca. 5000 Taps (Delay) sowie ca. 10000 Taps (Gesamtlänge), die Latenz läge bei ca. 50ms (sym. Filter siehe Kapitel 8.3.4). An Zeit für die Berechnung stünden bei 96kHz Samplingrate nur ca. $10\mu\text{s}$ zur Verfügung, in der alle 10000 Koeffizienten mit den entsprechenden Eingangswerten durchzuarbeiten wären => ca. 1Gflops wären notwendig (bei nur einem Kanal!)

Für den Tieftonbereich bedarf es aber keiner 96kHz Abtastrate. Die Bearbeitung könnte durch „Auftrennen“ des Frequenzbereiches in Tiefen- und Höhenbereich vereinfacht erfolgen, indem z.B. ein Downsampling um den Faktor 16 für den Tieftonbereich vorgenommen wird (obere dort verarbeitbare Signalfrequenz 3kHz bei 6kHz „Tiefensamplingrate“ f_{stief}). Mit $f_{\text{stief}} = 6\text{kHz}$ benötigen wir für 20Hz Signalfrequenz bei symmetrischer Filterauslegung nur 600Koeffizienten. Die Rechenlast von 600 Koeffizientenverknüpfungen fiele nur alle $167\mu\text{s}$ an => 3,6Mflops. Für das Downsampling und spätere Upsampling käme noch etwas Rechenbelastung on Top sowie für Auftrennen und das Verknüpfen der getrennten Frequenzbereiche, aber nicht entscheidend. Insgesamt ein probates Mittel.

Für die Latenz bietet dieses Verfahren jedoch keine Vorteile (dies wird oftmals behauptet). Denn die zwar dramatisch geringere Anzahl an Taps (300Delay/600gesamt) wird mit der entsprechend niedrigeren Verarbeitungsrate f_{stief} durchgeschleust, jedoch ergeben $300\text{Taps Delay} \cdot 167\mu\text{s} \Rightarrow 50\text{ms}$! Den Wert hatten wir oben schon bei unserem, wenn auch unpraktikablen, langen FIR-Filter. Dazu kommt noch der Zeitaufwand für das Down- sowie Upsampling (über die Zeit von jeweils 16 Abtastwerten mit 96kHz Samplingrate).

Bedarf es jedoch keiner besonderen Behandlung der Phase (z.B. aufgrund minimalphasiger Auslegung, siehe Kapitel 8.3.1) kann auf das große Delay von 300 Taps (50mS) weitgehend verzichtet werden. Dann ist o.g. Verfahren durchaus sinnvoll.

Randbemerkung:

Im Tieftonbereich bieten IIR-Filter gewisse Vorteile, jedoch auch nur, solange deren Ordnung nicht sonderlich groß wird. Die mit IIR-Filtern sich ergebende Phasendrehung verursacht ebenfalls merkliche Laufzeiten. So dreht z.B. ein Hochpass 4. Ordnung mit 20Hz f_{ug} bei 20Hz die Phase um 180° , was eine Laufzeit von 25ms bedeutet. Beim, meist als Low-Cut eingeschleiften Hochpass nimmt diese aber zu höheren Frequenzen hin ab, was gegenüber einem FIR-Filter von Vorteil wäre.

5 Beispiele: Wirkung Filterlänge zu Filteranforderung

In allen folgenden Beispielen werden analoge Tief-/Hochpässe mit Grenzfrequenz 1kHz in einem System mit 48kHz Samplingrate mittels FIR-Filters nachgebildet. Dabei wird die Anforderung an das FIR-Filter Schritt für Schritt hochgeschraubt, indem für den Tief-/Hochpass dessen Ordnung (Charakteristik bleibt stets Butterworth) und damit dessen maximale Dämpfung erhöht werden.

Im Filterentwurfsprogramm (FIR-Designer V 1.31.8 von eclipseaudio, als Demo nur noch als Version > 2.0 verfügbar) wird der Frequenzgang des analogen Tief-/Hochpasses zunächst als Entwurf über IIR-Filter generiert (IIR-Filter sind die digitale Nachbildung analoger Filter). Die Überführung des „analogen Tief-/Hochpassfrequenz- und Phasenganges“ (IIR-Filterkurve) in das FIR-Filter erfolgt stets unter einem Delay von 0 Samplen (also keine zusätzliche Verzögerung) sowie unter Nutzung der DC-Kompensation. Diese hat eine Verstärkung von 1 für DC-Signal beim Tiefpass bzw. 0 beim Hochpass zur Wirkung, mit einer ggfs. „gefährlichen“ Folge: Ist die Gesamtverstärkung eines FIR-Filters ungleich 1 (0dB) gesetzt, so bewirkt eine aktive DC-Kompensation z.B. bei Tiefpässen zu einer wieder auf 1 (0dB) liegenden Verstärkung im unteren Frequenzbereich (Durchlassbereich). Wir kommen darauf im Kapitel 6.6 zurück. Bei Gesamtverstärkung 1 des FIR-Filters führt eine inaktive DC-Kompensation im FIR-Design als Optimierungsziel mehr in Richtung einer guten Annäherung der Zielkurve des Grenzbereiches denn Deckungsgleichheit im Sperrbereich. Das charakteristischere FIR-Filterverhalten erhält man aber mit aktiver DC-Kompensation (in unserem Beispiel Kapitel 2.4 haben wir ganz unbewusst in dieser Art überführt).

5.1 Beispiele anhand Tiefpässen

Alle aufgeführten Tiefpassbeispiele haben als obere Grenzfrequenz 1 kHz gemeinsam. In den Beispielen wird die Ordnung, also die Steilheit der Filterkurve, von Mal zu Mal erhöht und die Anzahl der Taps, also die Filterlänge, variiert. Ferner wurde die Nachbildung der Tiefpässe Kapitel 5.3.1 bis 5.3.3 ohne Nutzung eines „Gewichtungsfensters“ vorgenommen, dazu später in Kapitel 6 ff. mehr.

Zur Nachbildung analoger Filter in der digitalen Signalverarbeitung sei kurz gesagt, dass sich IIR-Filter in der Nähe der Signalgrenzfrequenz des digitalen Systems (entspricht der halben Abtastfrequenz) sich nicht so verhalten, wie es ein analoges Filter täte. Insbesondere wird dies bei Tiefpassnachbildungen als IIR-Filter deutlich. Für die Verdeutlichung o.g. Zusammenhänge ist dies jedoch nicht relevant.

5.1.1 Tiefpass 1. Ordnung, f_{og} 1kHz

Linienerläuterung:

Blau dünn = Frequenzgang Tiefpass analog, blau dick = Frequenzgang Tiefpass FIR-Nachbildung

Rot dünn = Phasengang Tiefpass analog, rot dick = Phasengang Tiefpass FIR-Nachbildung.

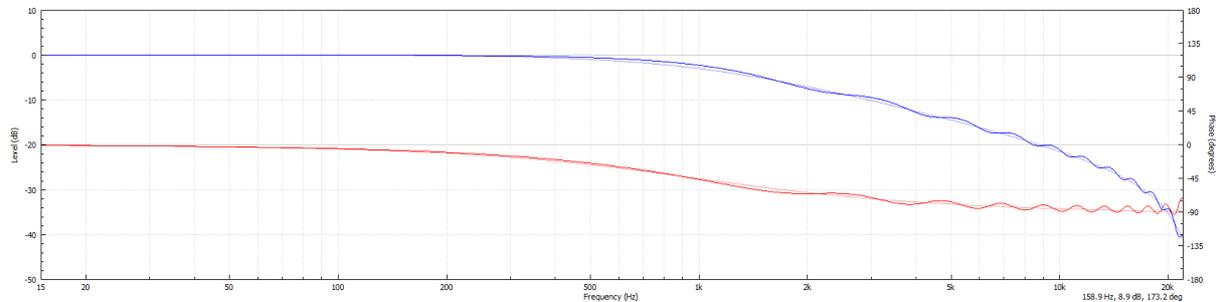


Abbildung 51, Tp 1. Ordnung, 24 Taps, Unterschreitung der Mindestanforderung gemäß Grenzfrequenz von 48Taps

Wie oben zu sehen, genügt es bei einem Filter 1. Ordnung sogar mit einer zu geringen Anzahl an Taps (Filterlänge) zu arbeiten und dem zum Widerspruch eine recht gute Annäherung an die Frequenzantwort zu erreichen. Schauen wir nun unter Einhaltung der Forderung „Filterlänge muss mindestens der Periodenlänge der niedrigsten zu bearbeitenden Frequenz entsprechen“:

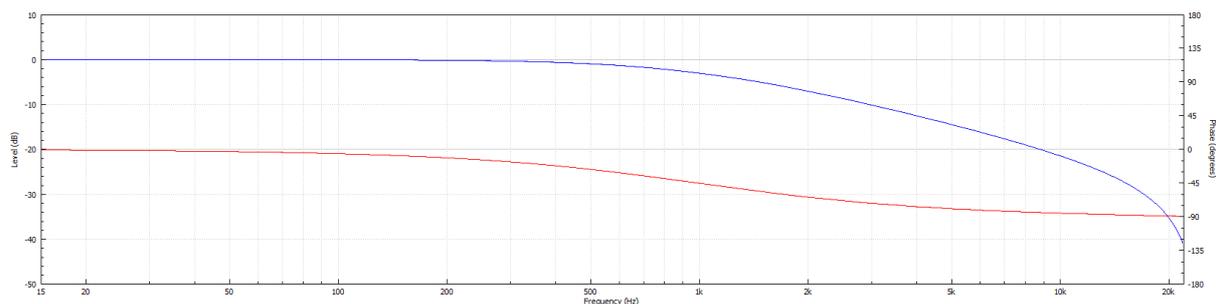


Abbildung 52, Tp 1. Ordnung, 48 Taps, Mindestanforderung gemäß Grenzfrequenz von 48Taps erfüllt

Bei Einhaltung der eigentlichen Mindestanforderung hinsichtlich der Filterlänge erreichen wir eine nahezu perfekte Übereinstimmung zwischen Frequenzantwort des analogen Filter und der FIR-Filternachbildung. Für ein so einfaches Filter 1. Ordnung sind die Anforderung hinsichtlich der Dämpfung auch noch nicht so kritisch, als dass sich daraus Abweichungen ergeben würden. Doch nun schrauben wir die Anforderung ein wenig hoch konzentrieren uns auf die nächst höhere Filterordnung.

5.1.2 Tiefpass 2. Ordnung, f_{og} 1kHz

Linienfarbenlegende wie Tiefpass 1. Ordnung.

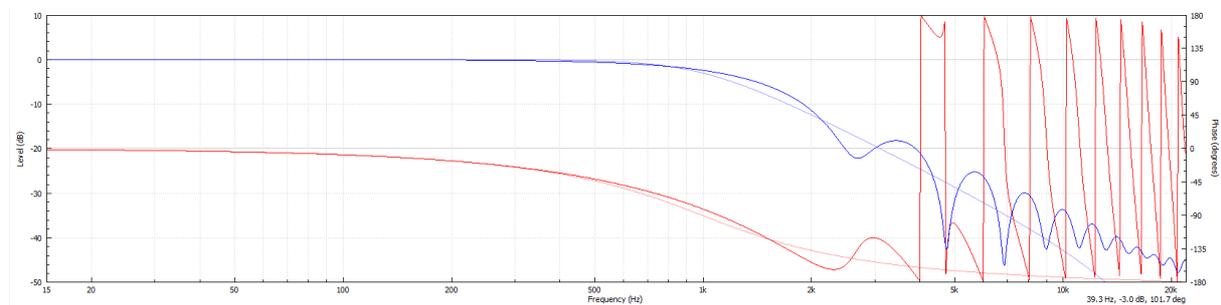


Abbildung 53, Tp 2. Ordnung, 24 Taps, Unterschreitung der Mindestanforderung gemäß Grenzfrequenz von 48Taps

Hier sehen wir nun deutliche Abweichungen gegen über der „Zielkurve“ des analogen Tiefpasses. Es treten die uns aus Kapitel 4.1 mit Abbildung 49 und Abbildung 50 bekannten Frequenzgangwelligkeiten im Sperrbereich auf. Diese entsprechen jedoch nicht den Vielfachen von 2kHz, wie zunächst vielleicht angenommen werden könnte. Vermeintlich ergäbe $48\text{kHz}/24\text{Taps} \Rightarrow$ ein 2kHz Raster für die Amplitudenwelligkeit, jedoch erzeugt die FIR-Koeffizientengenerierung einen Koeffizientensatz, der eine möglichst gute Annäherung an die Zielkurve sicherstellt (die zu keinem „Raster“ passt).

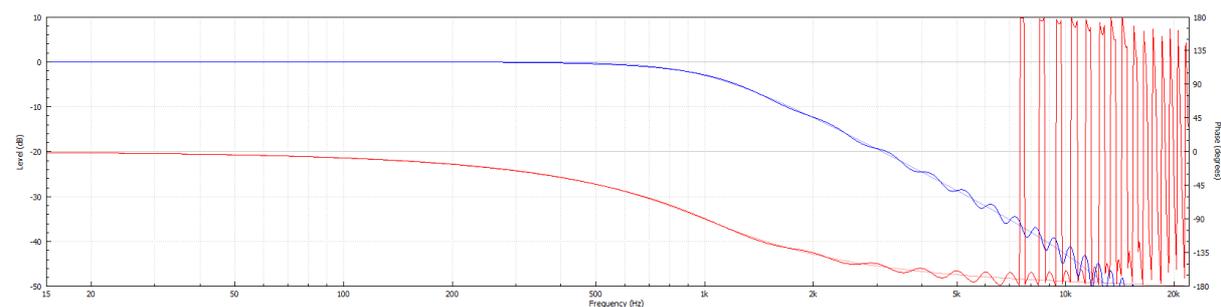


Abbildung 54, Tp 2. Ordnung, 48 Taps, Mindestanforderung gemäß Grenzfrequenz von 48Taps erfüllt

Mit Erfüllung der Mindestanforderung erhalten wir ein recht gutes Ergebnis. Weil besser erkennbar, lassen wir den Phasengang der FIR-Filter fortan in der Darstellung außen vor und erweitern den Darstellungsbereich bis -100dB:

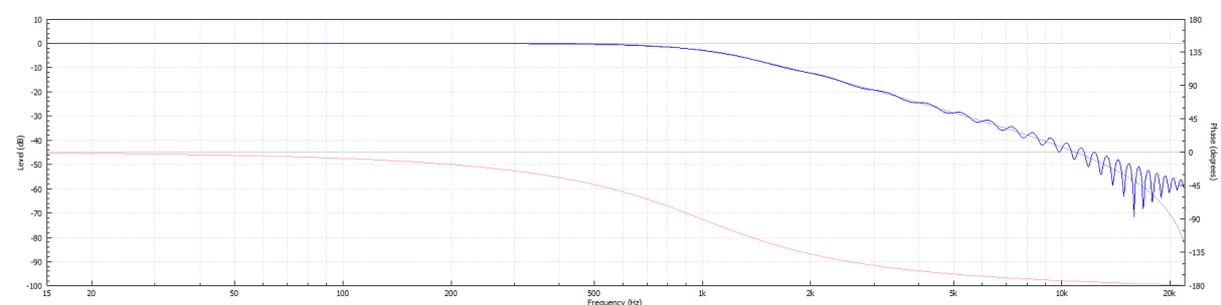


Abbildung 55, Tp 2. Ordnung, 48 Taps, Mindestanforderung gemäß Grenzfrequenz von 48Taps erfüllt, -100dB Range

Wir sehen, dass im oberen Frequenzbereich nicht mehr die volle Dämpfung wie in der eigentlich gewünschten Zeilkurve mit 48 Taps Filterlänge erreicht werden kann.

Die Frage, wieviel mehr Koeffizienten, also Filterlänge, zur Verfügung gestellt werden muss, wurde durch schlichtes Ausprobieren beantwortet. Mit 72 Koeffizienten ist eine durch und durch sehr gute Annäherung an die Zielkurve machbar.

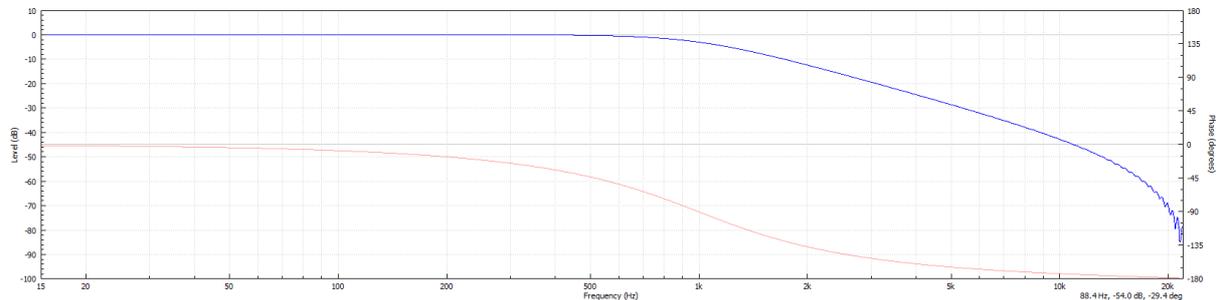


Abbildung 56, Tp 2. Ordnung, 72 Taps, Mindestanforderung von 48Taps überschritten, -100dB Range

Mit „nur“ 24 Koeffizienten mehr liegt eine auch bei sehr hohen Frequenzen der Zielkurve entsprechend hohe Dämpfung vor, verbunden mit einer ganz geringen Restwelligkeit im Sperrbereich. Wir verschärfen die Anforderung an das FIR-Filter weiter und erhöhen die Ordnung des Tiefpassfilter auf 4!

5.1.3 Tiefpass 4. Ordnung, f_{og} 1kHz

Linienfarbenlegende wie Tiefpass 1. Ordnung

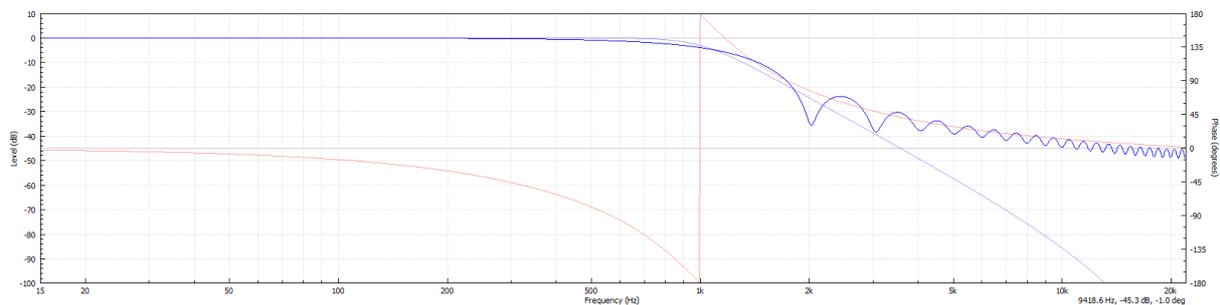


Abbildung 57, Tp 4. Ordnung, 48 Taps

Hier genügt es absolut nicht, die Anzahl Taps nur nach der niedrigsten zu bearbeitenden Frequenz auszurichten. Die Dämpfung zu hohen Frequenz hin ist in diesem Falle nicht annähernd als ausreichend zu bezeichnen, bei f_{og} wird -3dB nicht einmal mehr eingehalten. Es muss also nachgelegt werden, wir verdoppeln einfach die Anzahl der Taps:

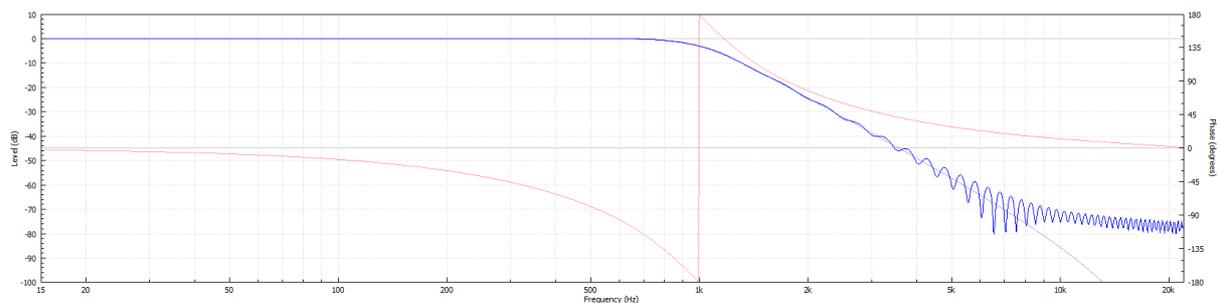


Abbildung 58, Tp 4. Ordnung, Anzahl Taps 96

Einiges besser mit 96 Taps, in vielen Fällen dürfte die erreichbare Dämpfung von 80dB reichen, jedoch nicht immer. Wir erhöhen die Anzahl Taps nochmals gleich um 48.

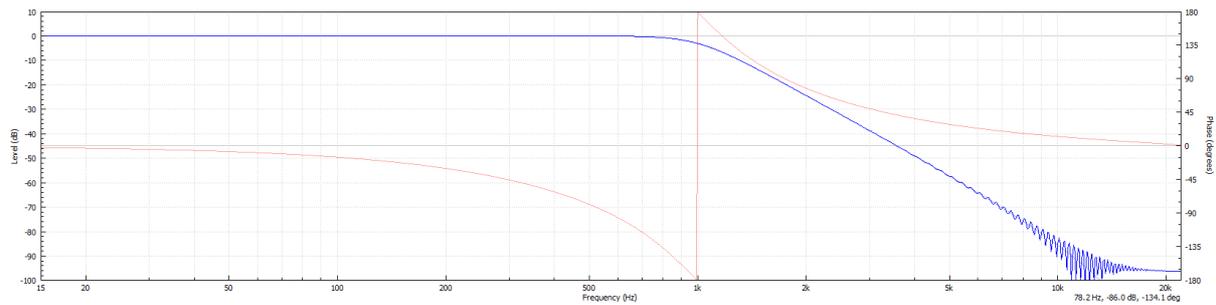


Abbildung 59, Tp 4. Ordnung, Anzahl Taps 144

In der realen Anwendung sind mit 144 Taps Dämpfungen erreichbar, die im Bereich des in der Analogwelt üblich erreichbaren Dynamikumfangs liegen, s.h. Signalanteile im obersten Frequenzbereich fangen an im Rauschspektrum von nachgeschalteten analogen Elektronikkomponenten unterzugehen. Sollte die Restwelligkeit aber auf ein kaum mehr wahrnehmbares Maß im oberen Frequenzbereich gedrückt werden müssen, so bedarf noch erheblich mehr Taps für das Filter, erst ab ca. 200 Taps ist keine Welligkeit mehr erkennbar.

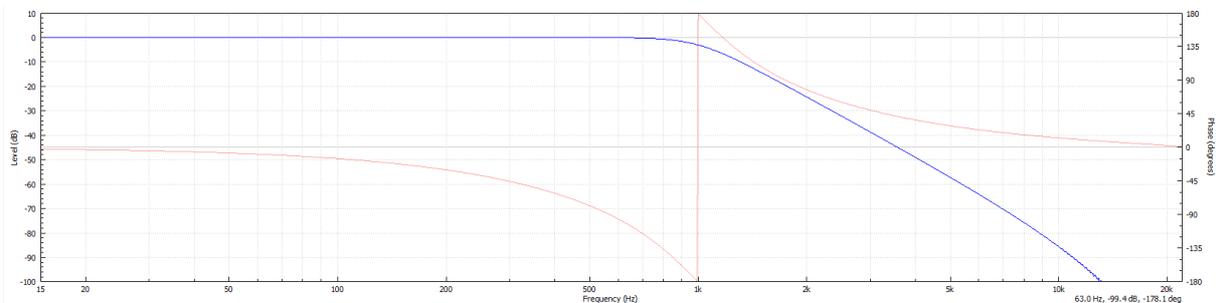


Abbildung 60, Tp 4. Ordnung, Anzahl Taps 200!

Bereits hier wird deutlich, die Anzahl erforderlicher Taps hängt in erheblichen Maße von der Steilheit und der geforderten Mindestdämpfung ab. Mit nur 48 Taps für das FIR-Filter ist ein Tiefpass 4. Ordnung nur unter merklichen Abstrichen in Punkto Frequenzgangrestwelligkeit und vor allem der Dämpfung abbildbar.

Bis hierher haben wir uns nur mit Tiefpässen auseinander gesetzt, konsequenterweise muss aber ein Blick auf Hochpässe in gleicher Vorgehensweise geworfen werden.

5.2 Tiefpässe, Hochpässe, was ist der „zu bearbeitende Frequenzbereich“?

Nicht allzu kritisch sind wir bei Tiefpässen davon ausgegangen, dass die Filterlänge mindestens der Periodendauer der niedrigsten zu bearbeitenden Frequenz (f_{og}) entsprechen muss, schließlich wollen wir die höheren Frequenzen „bearbeiten“ und die niedrigeren nicht. So ganz korrekt ist diese Ansicht nicht, aber für den Einstieg bis hier erlaubt gewesen. Nun denken wir aber weiter, selbstverständlich bearbeitet das FIR-Filter auch die Frequenzanteile unterhalb von f_{og} , hier muss das FIR-Filter genauso den Frequenzgang nachbilden (also rechnerisch erzeugen) wie er in einem analogen Tiefpass vorliegt.

In den oberen Beispielen mit nicht allzu hohen Anforderungen an Filtersteilheit bzw. Dämpfung (Tiefpass erster und zweiter Ordnung) ist mit Einhaltung o.g. Forderung aufzeigbar, dass auf der Filtergrenzfrequenz die dort vorgegebene Dämpfung von 3dB erreicht werden kann. Bei zu geringer Filterlänge ist dies nicht mehr einzuhalten, obwohl z.B. beim Tiefpass erster Ordnung die Restwelligkeiten wie auch der Frequenzgang an sich im Sperrbereich des Tiefpasses als ausreichend gut zu bezeichnen ist.

Mit höheren Anforderungen an Filtersteilheit reicht das o.g. Kriterium nicht mehr aus. Schon beim Filter vierter Ordnung ist mit „nur“ 48Taps bereits das -3dB Kriterium für die Grenzfrequenz nicht mehr darstellbar.

Die in Kapitel 4.2 aufgestellten Postulate müssen somit im Nachgang etwas differenzierter betrachtet werden, sind aber als Faustformel, grad bei Frequenzgangkorrekturen von z.B. Lautsprechern als erste Abschätzung zum Filteraufwand durchaus geeignet.

Doch wie schaut es bei Hochpässen aus, was ist dort die niedrigste zu bearbeitende Frequenz?

Ähnlich wie bei Tiefpässen fällt zuerst das Augenmerk auf den Bereich, in dem das Filter seine Wirkung entfaltet, beim Hochpass also der Frequenzbereich zu niedrigen Frequenzen hin bis zu hinunter DC. Demnach wäre die erste Idee, ein dies nachbildendes FIR-Filter müsse unendlich lang sein. Dem ist aber keineswegs so. In Analogie zum Tiefpass bearbeitet das FIR-Filter das gesamte Frequenzband von DC bis zur Grenzfrequenz des digitalen Systems. Das FIR-Filter soll auf der Grenzfrequenz f_{ug} des Hochpasse -3dB einhalten, darunter entsprechend der Filterordnung filtern und darüber möglichst genau 0dB (Verstärkung 1) einhalten. In den nachfolgenden Beispielen werden wir sehen, wie sich die FIR-basierten Hochpassnachbildungen verhalten und was grad im Durchlassbereich an Problemen auftritt.

5.3 Beispiele anhand Hochpässen

In Analogie zu den Tiefpassbeispielen betrachten wir das Verhalten von Hochpässen bei deren Nachbildung mittels FIR-Filterstruktur. Wir werden einige Gleichheiten im Verhalten finden, aber auch deutliche Abweichungen zu Tiefpässen bei gleichen Anforderungen und gleicher Filterlänge. In Bezug auf die Abweichungen werden wir erstmals die Wirkung einer „Gewichtungskurve“ in der Anwendung sehen, genauer wird dies nachfolgend in Kapitel 6 beschrieben.

5.3.1 Hochpass 1. Ordnung, $f_{\text{ug}} 1\text{kHz}$

Linienerläuterung:

Blau dünn = Frequenzgang Hochpass analog, blau dick = Frequenzgang Hochpass FIR-Nachbildung

Rot dünn = Phasengang Hochpass analog, rot dick = Phasengang Hochpass FIR-Nachbildung.

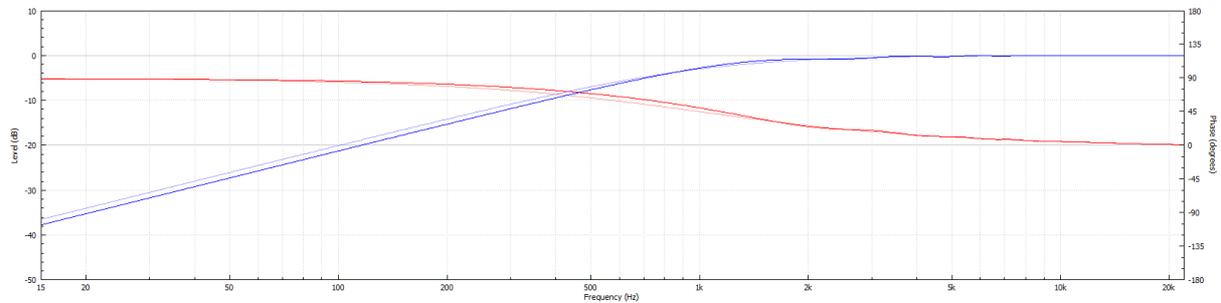


Abbildung 61, Hp 1. Ordnung, 24 Taps Unterschreitung der Mindestanforderung gemäß Grenzfrequenz von 48Taps

Ähnlich wie beim Tiefpass 1. Ordnung reichen hier 24 Taps fast aus, um die Umsetzung zu gewährleisten. Auf der Grenzfrequenz ist die Abweichung (-2,7dB statt -3dB) wie auch im restlichem Bereich von der Zielkurve des Hochpassen sehr gering.

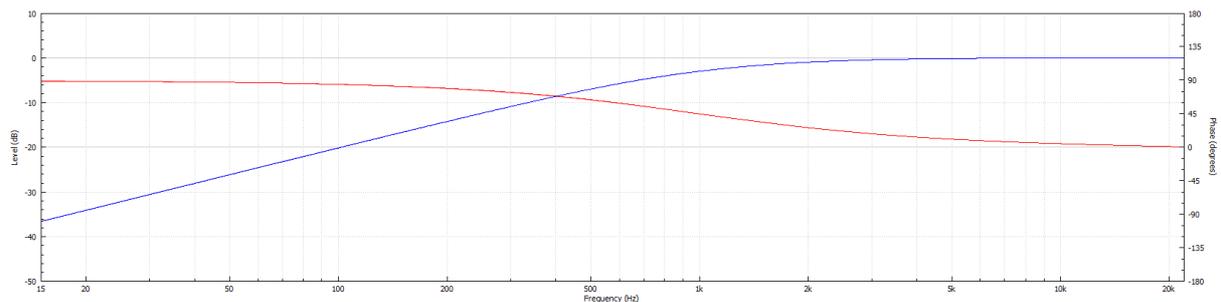


Abbildung 62, Hp 1. Ordnung, 48 Taps, Mindestanforderung gemäß Grenzfrequenz von 48Taps erfüllt

Mit 48Taps ist die FIR-Nachbildung des Hochpasse deckungsgleich mit dem „analogen Hochpass“.

Und wir sehen, für die Bearbeitung niedriger Frequenzen benötigen wir keine außergewöhnlich langen FIR-Filter, wir es zunächst aus den Gedankengängen zu unserem Tiefpassbeispielen vermutlich erwartet hätten. In Kapitel 5.4 wird anhand einfacher Beispiele verdeutlicht, wie sich Hochpass bzw. Tiefpass in der Koeffizientenmatrix darstellen bzw. unterscheiden.

5.3.2 Hochpass 2. Ordnung, $f_{\text{ug}} 1\text{kHz}$

Linienfarbenlegende wie Hochpass 1. Ordnung

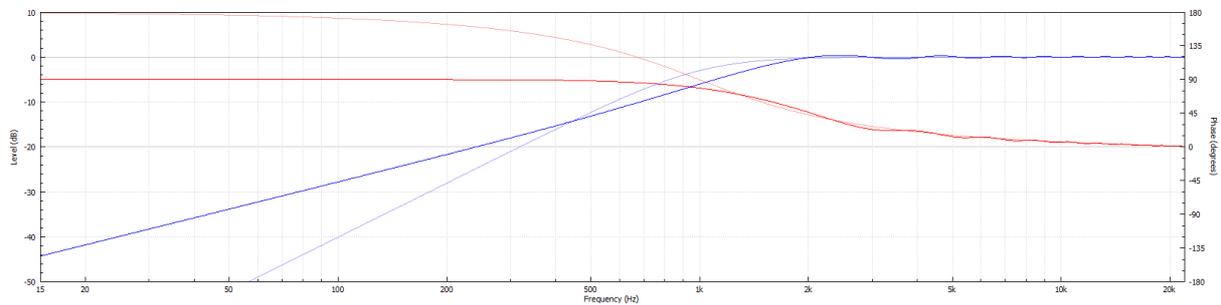


Abbildung 63, Hp 2. Ordnung, 24 Taps Unterschreitung der Mindestanforderung gemäß Grenzfrequenz von 48Taps

Nicht unerwartet, mit nur der Hälfte der notwendigen Filterlänge tritt eine erhebliche Abweichung von der Zielkurve auf. Auffällig hingegen, keine Restwelligkeit im Sperrbereich, dafür aber im Durchlassbereich des Filters. Genauer werden wir die beim Filter 4. Ordnung sehen.

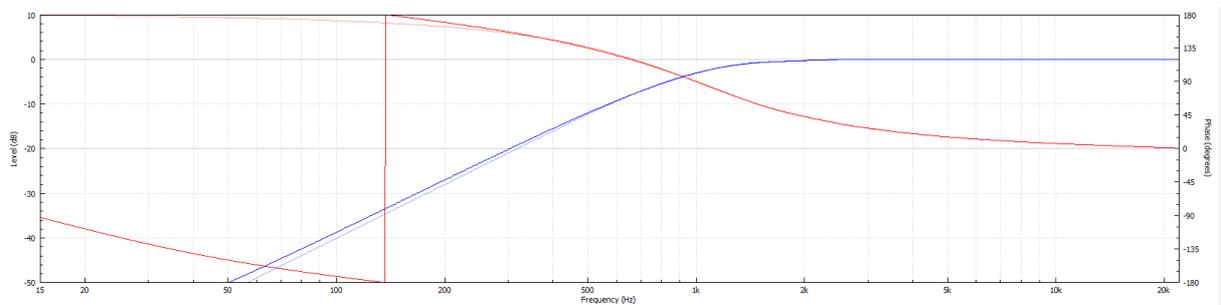


Abbildung 64, Hp 2. Ordnung, 24 Taps, Mindestanforderung gemäß Grenzfrequenz von 48Taps erfüllt

Auch hier, ähnlich wie beim Tiefpass, wird mit 48Taps eine gute Übereinstimmung erreicht, doch wie gut ist die Dämpfung zu ganz niedrigen Frequenzen hin? Erweitern wir den Darstellungsbereich bis -100dB.

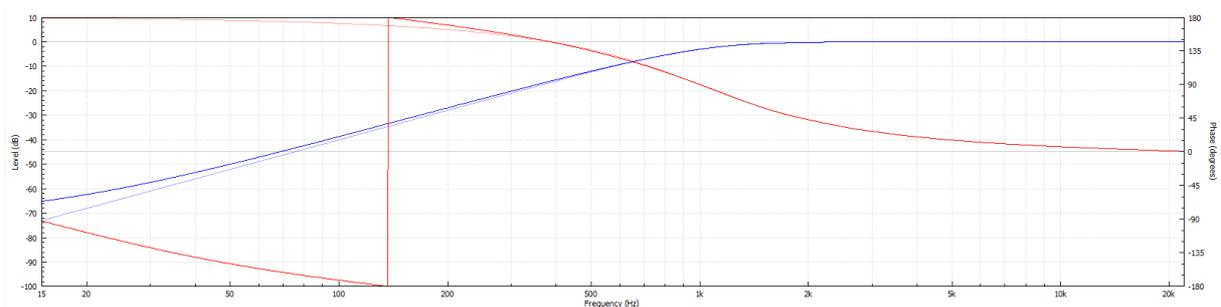


Abbildung 65, Hp 2. Ordnung, 48 Taps, Mindestanforderung gemäß Grenzfrequenz von 48Taps erfüllt, -100dB Range

Im untersten Frequenzbereich kann das FIR-Filter nicht ganz die Dämpfung aufbauen, wie es vom Hochpass vorgegeben ist. Wir erkennen wieder die Analogie zum Tiefpassverhalten, das am oberen Ende zu sehr hohen Frequenzen hin ebenso in der notwendigen Dämpfung nachließ.

Sofern die volle Dämpfung an untern Ende des Audiobandes wirklich benötigt wird, muss also etwas mehr Filterlänge spendiert werden. Die Vermutung, 72 Koeffizienten könnten sich wie beim Tiefpass als ausreichend herausstellen, wird durch Deckungsgleichheit oberhalb 20 Hz bestätigt.

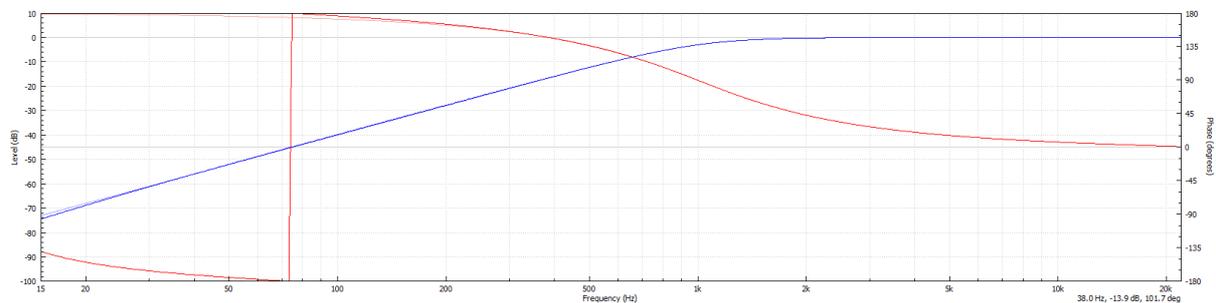


Abbildung 66, Hp 2. Ordnung, 72 Taps, Mindestanforderung von 48 Taps überschritten, -100dB Range

Zur sogenannten DC-Kompensation wurde in der Einleitung dieses Kapitels 5 schon eine Erläuterung gegeben. Doch was bedeutet DC-Kompensation bei einem FIR-basierten Hochpass? Im Grunde ganz einfach: Der FIR-Hochpass muss für DC-Signal am Ausgang den Pegel 0 liefern. Dies ergibt sich über eine Optimierungsstrategie der Koeffizienten unter der Forderung, die Summe aller Koeffizienten muss 0 ergeben. Ist die DC-Kompensation beim Filterentwurf inaktiv, ist deren fehlende Korrektur sehr gut am Beispiel der Hochpassnachbildung zu sehen.

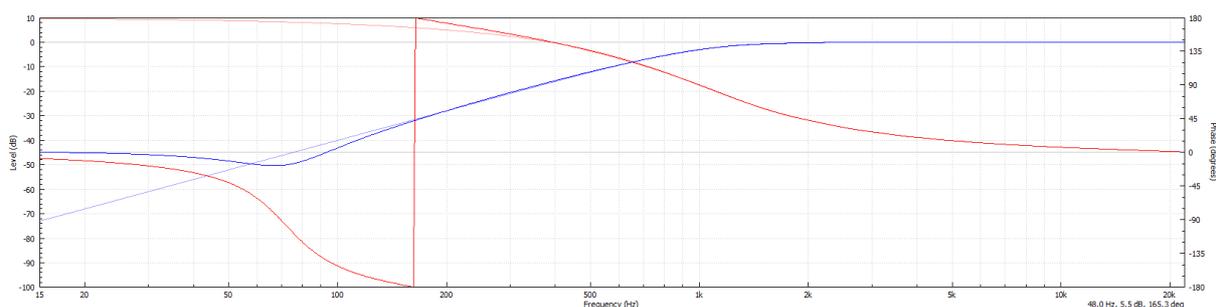


Abbildung 67, Hp 2. Ordnung, 48 Taps, ohne DC-Kompensation beim Filterentwurf

Sehr deutlich tritt zu Tage, wie wichtig es ist, sich beim Filterentwurf Gedanken darüber zu machen, nach welchen Kriterien die Koeffizienten generiert werden sollen. Ohne DC-Kompensation erreicht die FIR-Filterkurve zwar eine noch bessere Deckung im Frequenzbereich oberhalb 200 Hz als mit, jedoch geht dies extrem zu Lasten der absoluten Dämpfung bei niedrigeren Frequenzen.

Bei tiefergehenden Einstieg in die FIR-Optimierung kommt hinzu, dass zum Erreichen bestimmter Qualitäten bzw. Vermeidung von Schmutzeffekten wie Restwelligkeit etc. verschiedene sogenannte Gewichtungskurven über die Impulsantwort der FIR-Nachbildung gelegt werden. Diese Gewichtungskurven steuern wie stark die einzelnen Koeffizienten im zur Anwendung kommenden FIR-Filter wirken. Die Erläuterung dazu findet sich in Kapitel 6.

Bis hierher wurde keine Gewichtungsfunktion genutzt, das soll sich nun erstmals in der folgenden Abbildung 68 ändern, da mit Gewichtungsfunktion eine bessere Dämpfung bei niedrigen Frequenzen in dieser Kombination erreichbar ist.

5.3.3 Hochpass 4. Ordnung, f_{ug} 1kHz

Linienfarbenlegende wie Hochpass 1. Ordnung

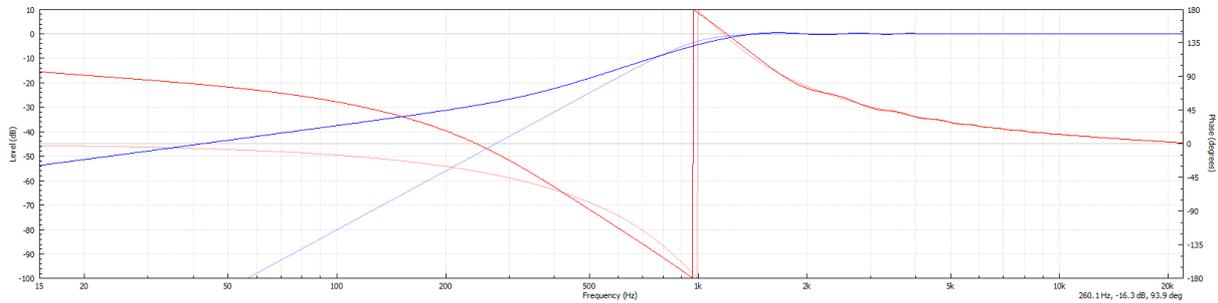


Abbildung 68, Hp 4.Ordnung, 48 Taps, Gewichtungsfenster „Cosine Tapered“ => bessere Dämpfung niedriger Frequenzen

Die Nutzung der Gewichtungsfunktion „Cosind Tapered“ konnte bei 20Hz ca. 6dB mehr Dämpfung als ohne erzwingen. Wenig verwunderlich bleibt, 48 Koeffizienten reichen nicht, um den Hochpass vierter Ordnung angemessen nachbilden zu können. Wir verdoppeln auf 96 Taps.

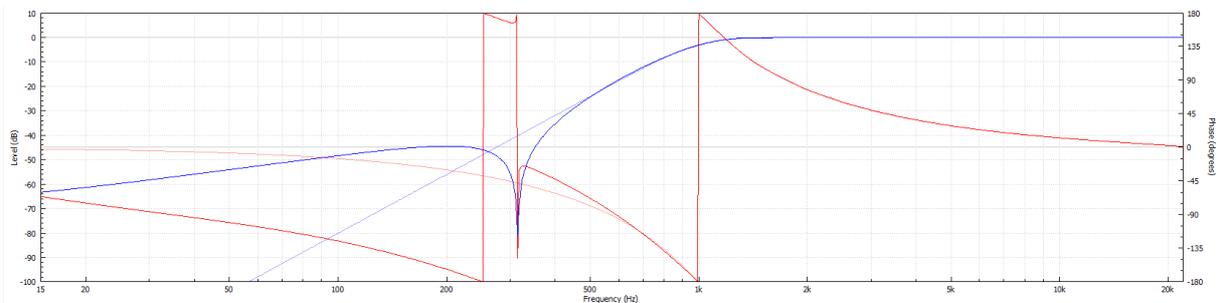


Abbildung 69, Hp 4. Ordnung, 96 Taps, Gewichtungsfenster „Cosine Tapered“

Ein eher unschön aussehendes Ergebnis. Zwar ist eine hohe Steilheit kurz unterhalb von f_{ug} zu erreichen, der „Notch“ (scharfer Einbruch) bei 320Hz ist wenig brauchbar, zumal damit eine weitere Phasendrehung einhergeht. Wir kehren also zurück dazu, uns das Ergebnis ohne jede Gewichtung (Gewichtungsfenster in FIR-Designer „Boxcar“ = Rechteck = alle Koeffizienten im Urzustand belassen) ausgeben zu lassen.

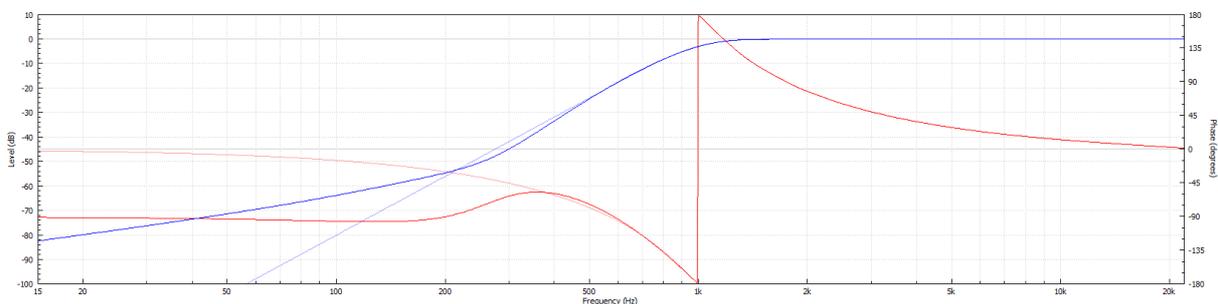


Abbildung 70, Hp 4.Ordnung, 96 Taps, ohne Gewichtungsfenster bei FIR-Generierung

Solang zu niedrigen Frequenzen hin die hohe Dämpfung wie in der Zielkurve vorgegeben nicht erforderlich wird, kann dieses Ergebnis sicherlich zufriedenstellen. Konsequenterweise prüfen wir die Wirkung einer weiteren Erhöhung der Koeffizientenanzahl (Taps).

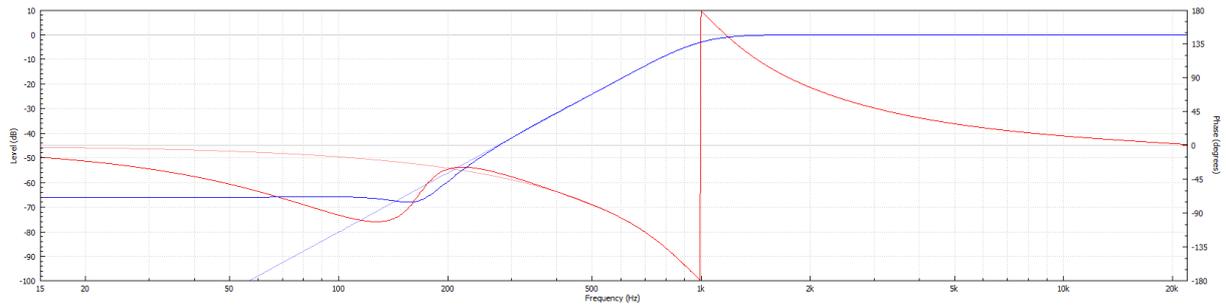


Abbildung 71, Hp 4.Ordnung, 144 Taps

Irritierend ist hier das Verhalten mit einer größeren Filterlänge schlechtere Ergebnisse in der maximalen Dämpfung zu erhalten. Es gilt also mit der Koeffizientenanzahl zu spielen und sich einfach die Ergebnisse ausgeben zu lassen. Das genutzte FIR-Filterentwurfsprogramm verfügt angenehmerweise über einen „Schieber“ für die Koeffizientenanzahl. Spätestens hier wird deutlich, wie sinnvoll diese Funktion in FIR-Designer ist.

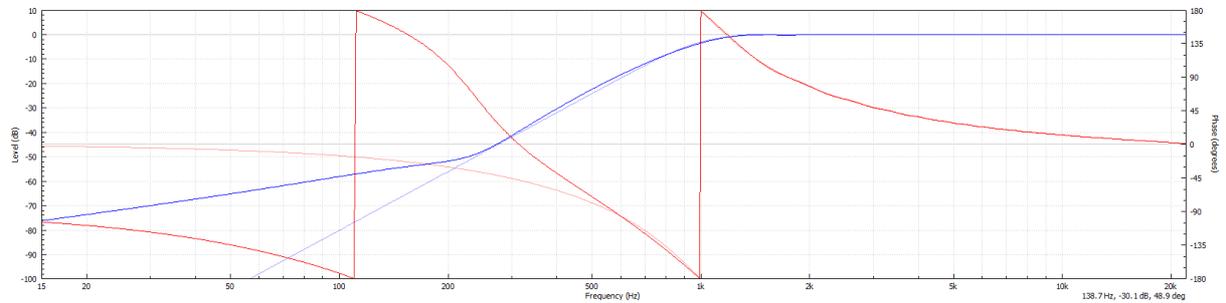


Abbildung 72, Hp 4.Ordnung, 71 Taps

Zwischen 48 und 96 Taps ist das obige Ergebnis mit 71 Taps das beste erzielbare. Wird eine höhere Dämpfung bei niedrigen Frequenzen benötigt so erhalten wir:

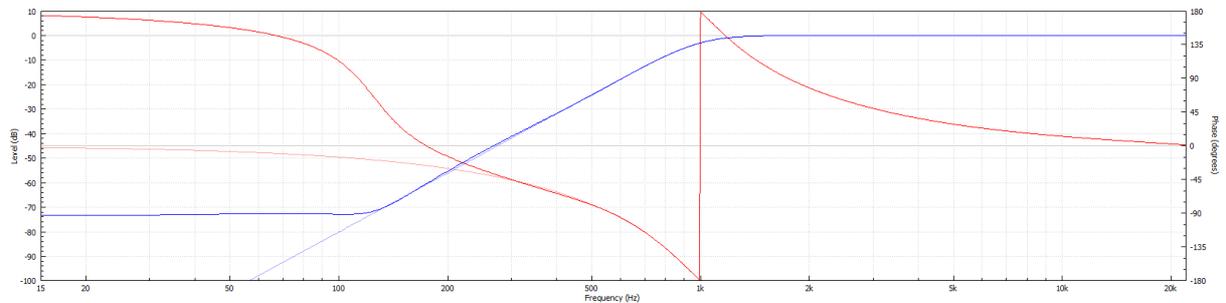


Abbildung 73, Hp 4. Ordnung, 123 Taps

Zwischen 96 und 144 Taps findet sich kein wirklich gutes Ergebnis, erst mit 202 Taps gibt es fast eine „Punktlandung“:

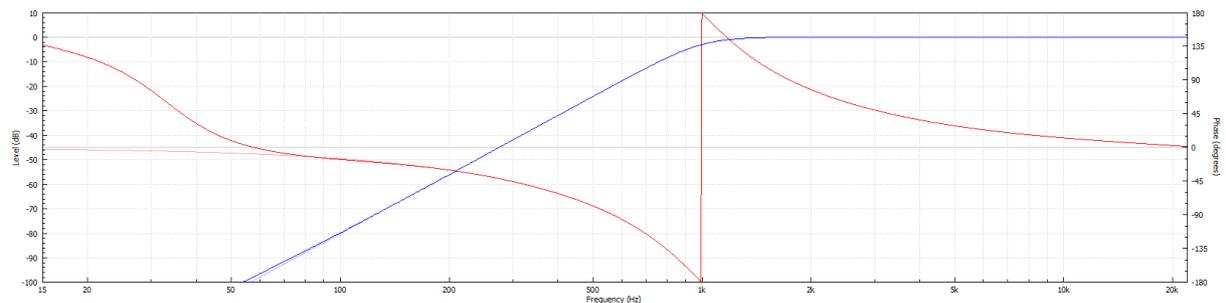


Abbildung 74, Hp 4. Ordnung, 202 Taps

In Kapitel 5.2 wurde auf mögliche Probleme im Durchlassbereich der FIR-Filter hingewiesen. Beispielhaft sei hier die Restwelligkeit unseres Hochpasses 4. Ordnung gezeigt, wenn dieser mit nur 48 Taps realisiert wird. Um die Welligkeit zu deutlicher zu erkennen, ist der Darstellungsbereich auf ± 10 dB reduziert.

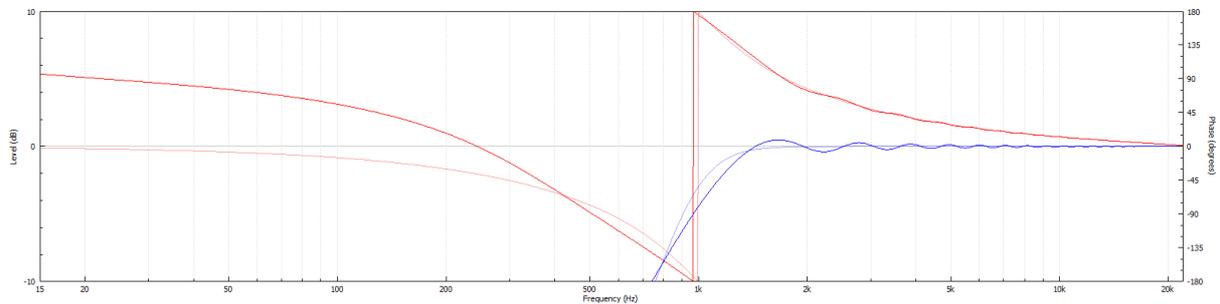


Abbildung 75, Restwelligkeit Durchlassbereich, Hp 4. Ordnung, 48 Taps

Der Frequenzgang zeigt sich mit 48 Taps im Durchlassbereich mit Pegelschwankungen behaftet. Dies ist für ein FIR-Filter ein typisches und nicht vermeidbares Problem. Die Intensität der Pegelschwankungen wird durch Filtertyp, Optimierungskriterien und Koeffizientenanzahl bestimmt. Es ist meist nur über eine ausreichend hohe Koeffizientenanzahl bzw. Wahl der Gewichtungskurve reduzierbar, wie weit dies in der jeweiligen Anwendung notwendig ist, hängt von den Qualitätsanforderungen ab. In unserem Beispiel ist die Restwelligkeit bei Verwendung von 96 Taps schon sehr stark gedämpft.

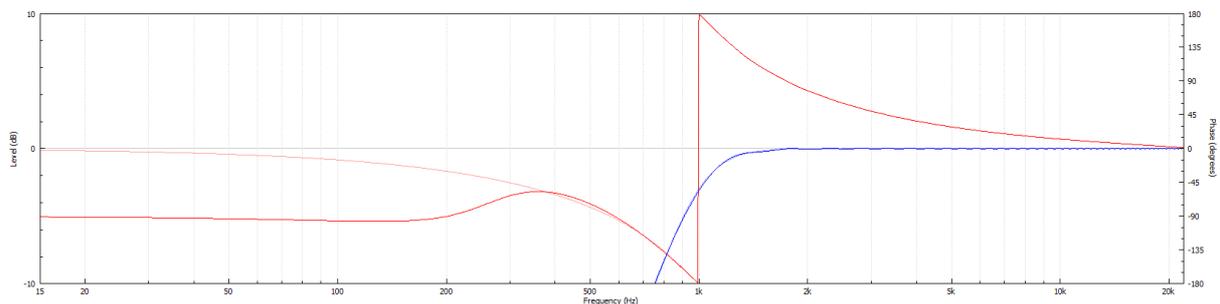


Abbildung 76, Restwelligkeit Durchlassbereich, Hp 4 Ordnung, 96 Taps

5.4 Zuordnung Impulsverhalten FIR-Filter zu Frequenzgang

5.4.1 Impulsantworten von Tiefpässen

Im vorangegangenen Kapitel 5.3.3 ist uns erstmalig eine „Gewichtungskurve“, auch Gewichtungsfenster genannt, bei der Generierung von FIR-Koeffizienten untergekommen. Doch bevor wir konkreter in die Gewichtungsfenster in Kapitel 6 einsteigen, sollten wir einen Blick auf den Unterschied in der Impulsantwort zwischen einem Tiefpass und Hochpass werfen. Die grundsätzliche Impulsantwort eines Tiefpasses hatten wir in Kapitel 2 kennengelernt.

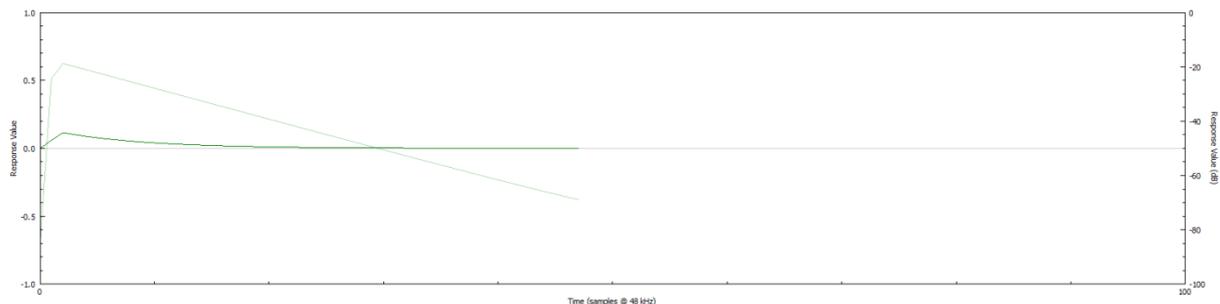


Abbildung 77, Impulsantwort Tp 1.Ordnung (Kap.5.1.1), f_{og} 1kHz, 48 Taps, Delay 1 Tap, keine Gewichtungskurve
Legende: Dunkelgrün FIR-Koeffizienten lineare Werte, hellgrün gleiche in logarithmischer Größe (dB)

Zur besseren Darstellung bzw. Vergleichsmöglichkeit zu Kapitel 2 wird abweichend zu den vorherigen Beispielen ein Delay von 1 Tap eingeführt. Im FIR-Filter liegt damit als erster Koeffizient eine 0, dieser wäre aber, wie schon in Kapitel 2.4 dargelegt, nicht wirklich erforderlich.

Grundsätzlich erkennen wir die Impulsantwort des Tiefpasses wieder, jedoch fällt bei ganz genauer Betrachtung auf, dass der erste wirksame Koeffizient nicht wie in unserem Beispiel Kapitel 2.4 (& 2.2) maximale Größe hat, sondern erst der zweite Koeffizient. Das hat einen „einfachen“ Grund. Die Anforderungen an das Filter sind deutlich höher als im Beispiel Kapitel 2 ff. In unserer Betrachtung Kapitel 2 ff. haben wir das Frequenzverhalten des Filters nicht näher betrachtet. Zum einen liegt die Grenzfrequenz dort eher nahe dem oberen Endes des verarbeitbaren Nutzbandes, ca. nur 1/6 dessen. Zum anderen fordert unser Beispiel dort keine besonders hohe Dämpfung. Der Vollständigkeit sei unser Beispiel auf ein Abtastsystem mit 48kHz umgesetzt, die Grenzfrequenz des Tiefpasses beträgt dann 3840Hz. Der Impulsantwort ergibt sich wie folgt:

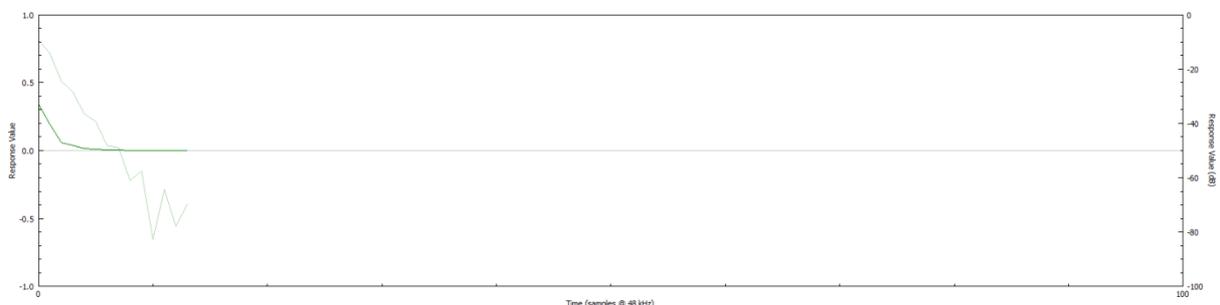


Abbildung 78, Impulsantwort wie Tp aus Beispiel Kapitel 2 auf ein 48kHz abtastendes System umgesetzt, 14 Taps, 0 Delay

Das kommt bekannt vor und deckt sich mit dem Beispiel aus Kapitel 2.2 recht gut.

Der „verschleißene“ Anfangsbereich der Impulsantwort aus Tiefpässen etwas höherer Anforderungen beruht im Wesentlichen darauf, eine größere Dämpfung im Sperrband erreichen zu müssen. Dies kann nur geschehen, wenn der erste Signalanstieg im FIR-Filter nicht allzu stark ausfällt, da dieser im Nachhinein nicht mehr ausgeglichen werden kann.

Für ein Tiefpass stets typisch, die Summe aller Koeffizienten ergibt eine 1, stark vereinfacht formuliert: Die Koeffizienten liegen weitgehend oberhalb Null. Wie verändert sich die Impulsantwort beim Tiefpass 2. Ordnung?

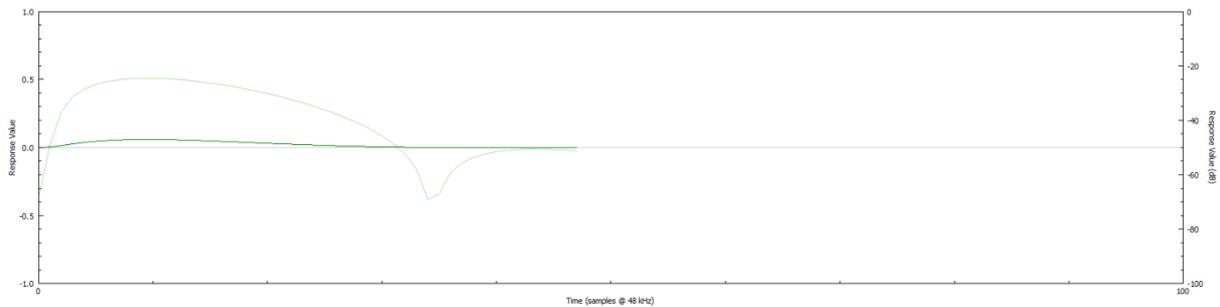


Abbildung 79, Impulsantwort Tp 2.Ordnung (Kap. 5.1.2), f_{og} 1kHz, 48 Taps, Delay 1 Tap, keine Gewichtungskurve

Die höhere Ordnung des Tiefpasses führt zu einem weiteren Verschleifen der Koeffizienten am Anfang des Filtersatzes, wie es sich bereits beim Tiefpass 1. Ordnung zeigte. Sehr deutlich wird dies, wenn die Ordnung des Tiefpasses auf 4 gesetzt ist.

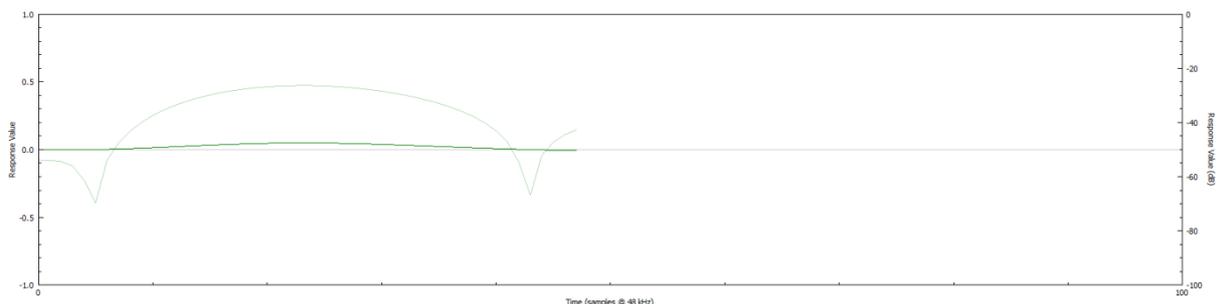


Abbildung 80, Impulsantwort Tp 4.Ordnung (Kap.5.1.3), f_{og} 1kHz, 48 Taps, Delay 1 Tap, keine Gewichtungskurve

Hier ist deutlich zu sehen, wie die höhere Ordnungsanforderung, also steilerer Übergang Durchlassbereich in Sperrbereich, zu einem erheblichen „Verschleifen“ der uns ursprünglich vom einfachen Tiefpass her bekannten Impulskurve führt. Wir erinnern uns aber, der Tiefpass 4. Ordnung erbrachte mit nur 48 Taps keine sonderlich gute Dämpfung zu hohen Frequenzen hin. Mithin ist die Frage erlaubt: Wie sieht die Impulsantwort aus, wenn wir die Koeffizientenanzahl erhöhen, ändert sich „alles“, bleibt manches gar ähnlich?

Für eine höhere Enddämpfung wird die Koeffizientenanzahl auf 96 erhöht.

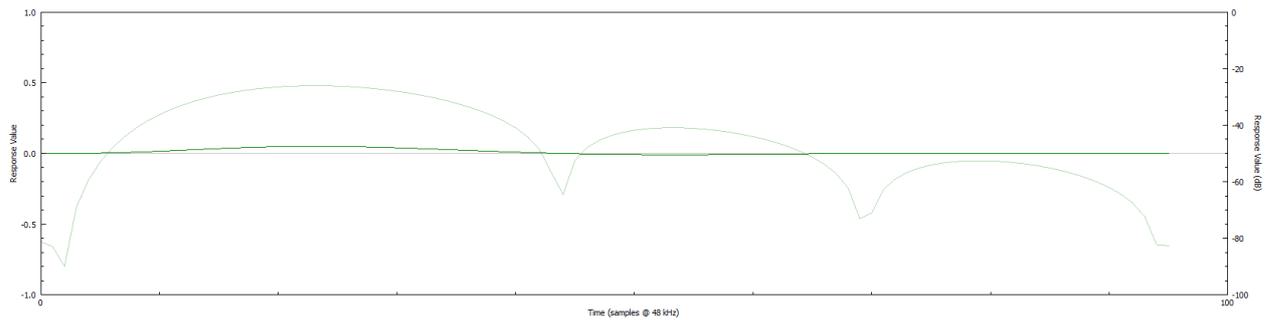


Abbildung 81, Impulsantwort Tp 4. Ordnung (Kap. 5.1.3), f_{og} 1 kHz, 96 Taps, Delay 1 Tap, keine Gewichtungskurve

Im vorderen Bereich der Impulsantwort verändert sich nicht viel, am ehesten sind die Änderungen an der hellgrünen logarithmischen Kurve der Koeffizientenwerte am Anfang ersichtlich. Im Grunde werden gleichsam bei Erhöhung der Koeffizientenanzahl nur Koeffizienten „nachgeschaltet“, die eine bessere Annäherung an die Anforderungen gewährleisten. Wer sich die Darstellung der dunkelgrünen Kurve genau anschaut, der wird erkennen, wie hier erstmalig negative Koeffizientenbereiche vorliegen, recht deutlich im Bereich von ca. 45 bis 65 Taps.

Negative Koeffizienten treten bei Tiefpassnachbildungen überhaupt erst mit Filtern höherer Ordnung auf. Eine FIR-Nachbildung eines Tiefpasses 1. Ordnung, eine einfache Ladekurve, liefert nie negative Koeffizienten.

Hier sei nochmals erwähnt, dass es sich bei den FIR-Filtern um Nachbildungen analoger Tiefpassfilterkurven handelt. Dies könnte dem Leser zwischendrin etwas abhandengekommen sein. Es gibt aber eine Vielzahl an FIR-Tiefpässen, die nichts mit einer Nachbildung analoger Filter zu tun haben, im Gegenteil, dies ist eher der Standardfall (da „analoge Filter“ mittels der sogenannten IIR-Filter viel einfacher und wenig rechenintensiver in einem digitalen System umsetzbar sind).

Typische FIR-Filter werden im Allgemeinen spezifiziert, indem die Frequenzen für Durchlass- und Sperrbereich(e) festgelegt werden, zusätzlich die Restwelligkeit im Durchlassbereich und die Mindestdämpfung im Sperrbereich. Hierzu findet sich andernorts Information (de Queiroz Tavares, Marina, 2007), für das funktionale Verständnis von FIR-Filtern und Zusammenhängen in deren Parametrierung sind aber die Nachbildungen analogen Filterverhaltens recht gut geeignet.

5.4.2 Impulsantworten von Hochpässen

Wir werfen einen Blick auf unseren Hochpass aus dem Beispiel 5.3.1:

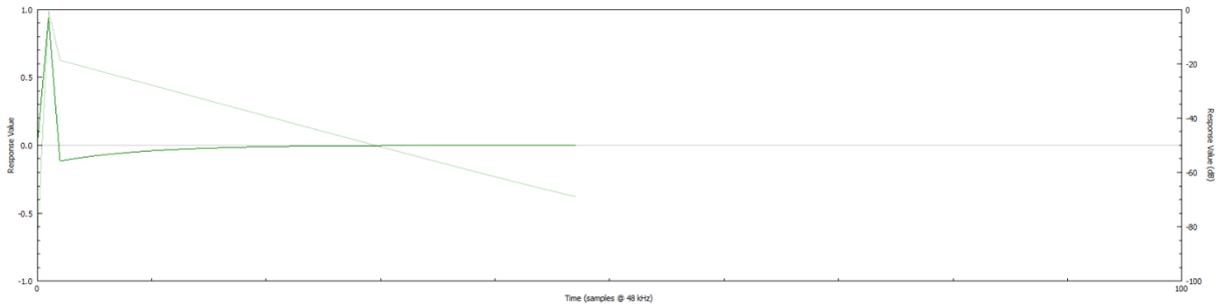


Abbildung 82, Impulsantwort Hp 1.Ordnung (Kap.5.3.1), f_{UG} 1kHz, 48 Taps, Delay 1 Tap, keine Gewichtungskurve

Typisch für die Impulsantwort eines Hochpasses ist die Amplitudennadel am Anfang des Filtersatzes. Warum dies so gegeben ist, soll uns ein kleines Gedankenspiel verraten.

In Kapitel 4.1 hatten wir uns einen einfachen Tiefpass erzeugt, indem wir alle Koeffizienten eines FIR-Filtersatzes mit den gleichen positiven Werten versehen hatten, dort waren alle 1000 k_{FIR} -Faktoren $1/1000$. Daraus ergab sich leicht nachvollziehbar, dass ein DC-Signal mit voller Amplitude das Filter passieren konnte und höhere Frequenzen in irgendeiner Art eine Dämpfung erhielten.

Für einen sehr einfachen Hochpass kann umgekehrt einfach gefolgert werden, dass der erste Koeffizient z.B. $k_{1FIR} = 1$ sein kann und der zweite $k_{2FIR} = -1$ Faktor aufweisen muss. Die Summe aller Koeffizienten eines Hochpasses muss stets 0 ergeben, schließlich soll für DC eine völlige Dämpfung erreicht werden und erst zu hohen Frequenzen hin (bei obigen Koeffizienten zu sehr hohen) das Signal wieder durchgelassen werden. Schauen wir zunächst, ob unser Hochpass bei Anlegen einer Sprunganregung nur einen Impuls liefert (wie es ein Hochpass mit sehr hoher Grenzfrequenz täte).

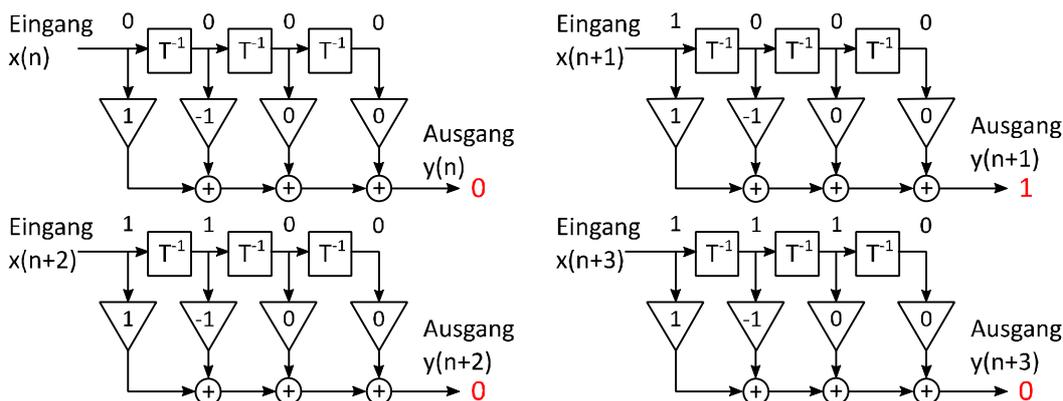


Abbildung 83, FIR-Struktur idealisierter Hochpass, Sprunganregung

Eigentlich könnten wir mit dem Ergebnis höchst zufrieden sein, lässt doch unser Hochpass bei Anregung mit einem Sprung lediglich dessen „Flanke“ durch und filtert danach bereits wieder alles heraus. Leider haben wir hier aber etwas außen vor gelassen. Wir werden sehen, was bzw. warum.

Beschicken wir unseren Hochpass eingangs mit einem Signal, dessen Frequenz genau der halben Abtastfrequenz entspricht, so ändert sich von Sample zu Sample dessen Polarität. Der Hochpass liefert hierbei einen deutlichen Fehler. Schauen wir uns den Vorgang ab dem Moment der ersten anliegenden 1 an (zuvor alles 0):

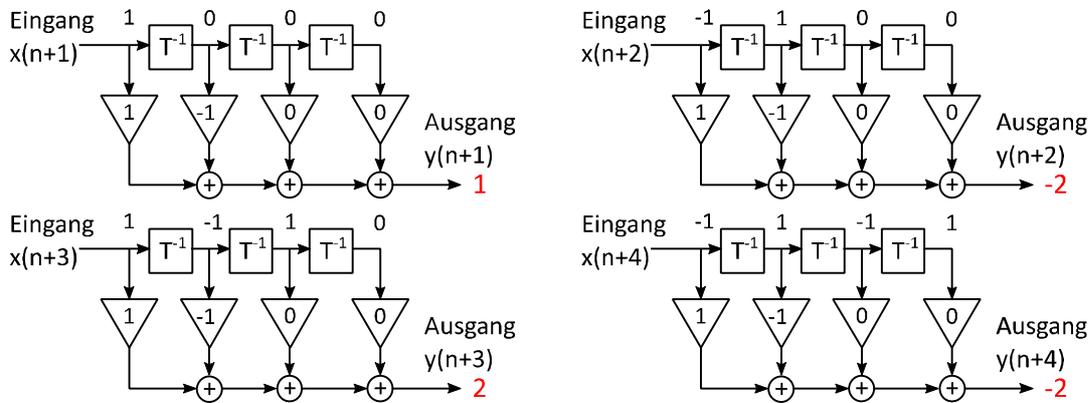


Abbildung 84, FIR-Struktur idealisierter Hochpass, Eingangsfrequenz mit halber Samplerate

Unser so ausgelegtes Hochpass FIR-Filter weist einen Amplitudenfehler auf. Für hohe Frequenzen ergibt sich eine Verstärkung von 2, was wir aber nicht haben wollen. Das Problem kann vermutlich recht einfach gelöst werden, indem die beiden Faktoren 1 und -1 lediglich halbiert werden, so dass wir $k_{1_{FIR}} = 0,5$ und $k_{2_{FIR}} = -0,5$ erhalten. Ob das sinnvoll ist, werden wir schlicht durch Untersuchung in dem FIR-Entwurfsprogramm prüfen.

Wir gehen in das Filterentwurfsprogramm, definieren Hochpassfilter 1. Ordnung und setzen etwas willkürlich für den Hochpass eine untere Grenzfrequenz von 12kHz. 24kHz ist nicht sinnvoll, da wir auf dieser Frequenz wie oben zu sehen keinerlei Dämpfung haben.

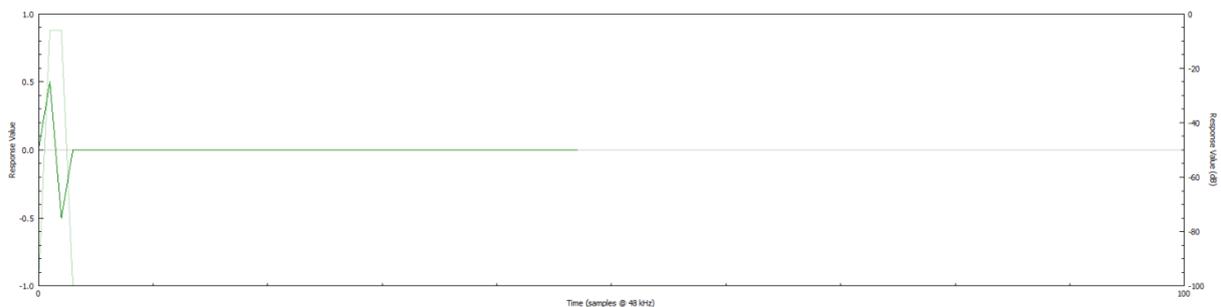


Abbildung 85, Hp 1.Ordnung, 12kHz f_{ug} , 48Taps, 1 Tap Delay

Als wirksame Koeffizienten erhalten wir aus dem Filterentwurfsprogramm unsere oben gefundenen $k_{1_{FIR}} = 0,5$ und $k_{2_{FIR}} = -0,5$, die restlichen Koeffizienten sind zu 0 gesetzt. Den dazugehörigen Frequenzgang finden wir nachfolgend.

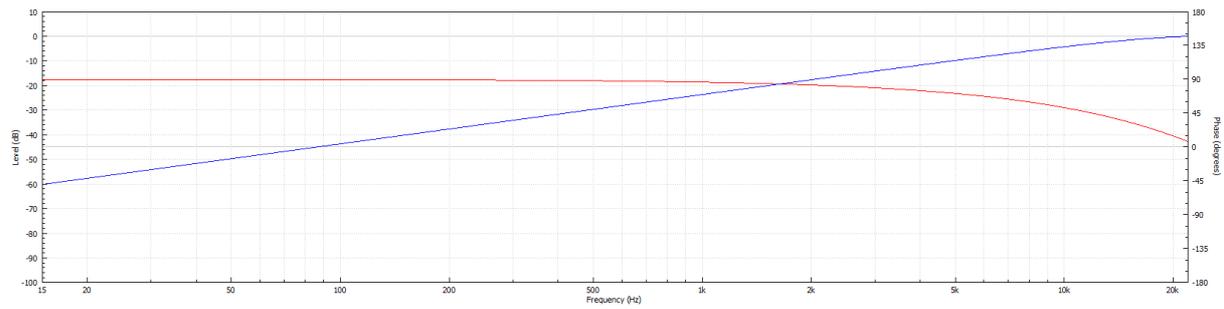


Abbildung 86, Frequenzgang Hp 1.Ordnung, 12kHz f_{ug} , 48Taps, 1 Tap Delay

Die untere Grenzfrequenz des Hochpasses ergibt sich zu -3dB bei 12kHz, die Steilheit der Filterkurve im Sperrbereich beträgt, wie es sein sollte, -6dB/Oktave.

Anhand dieses einfachen Beispiels haben wir den Unterschied in dem grundlegenden Koeffizientenaufbau zwischen einem Tiefpass und einem Hochpass kennengelernt. Im Gegensatz zum Tiefpass, welcher im abgelegten Impuls anfangs eher kleine Werte aufweist und als Summe über die gesamte Impulsantwort eine 1 liefert, findet sich im abgelegten Impuls des Hochpasses nahezu immer zu Anfang der größte positive Wert, die nachfolgenden Koeffizienten ergeben in Summe das Komplement zum ersten Wert. Siehe z.B. Abbildung 82, alle auf den ersten Wert/Koeffizienten folgenden Werte befinden sich im negativen Bereich.

Der Zusammenhang zur unteren Grenzfrequenz spiegelt sich in der Länge/Anzahl der den ersten Koeffizienten ausgleichenden nachfolgenden Koeffizienten wieder. Niedrige unter Grenzfrequenz wie in Abbildung 82 erfordert einen längeren Ausgleichsbereich mit kleineren Werten der Koeffizienten, höhere Grenzfrequenz wie in nachfolgender Abbildung 87 benötigt nur einen kürzeren mit jedoch

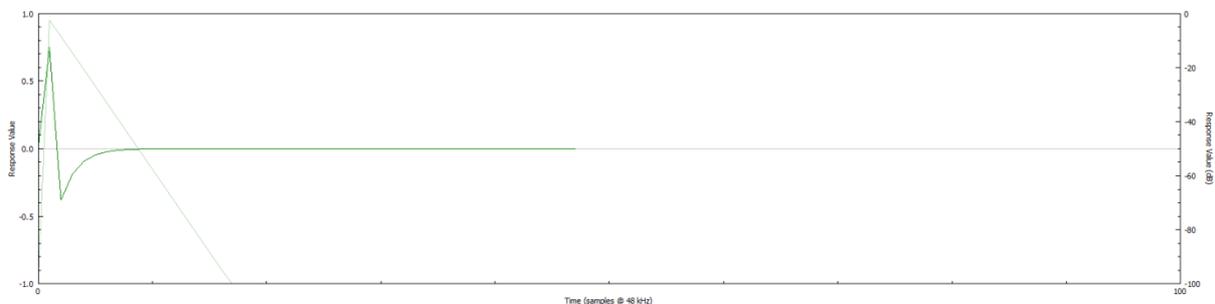


Abbildung 87, Hp 1. Ordnung, $f_{ug} = 5\text{kHz}$, 48 Taps, 1 Tap Delay, keine Gewichtungskurve

größeren Werten der Koeffizienten. Noch zur Vervollständigung: Ein Hochpass 4. Ordnung .

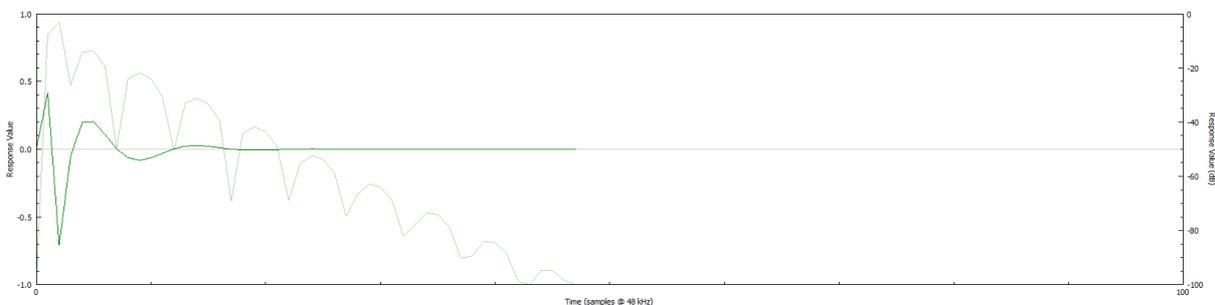


Abbildung 88, Hp 4. Ordnung, $f_{ug} = 5\text{kHz}$, 48 Taps, 1 Tap Delay, keine Gewichtungskurve

Die entstehende Welligkeit in der Impulsantwort kennen wir vom Prinzip bereits durch den Tiefpass 4. Ordnung (Abbildung 81).

6 Beispiele: Wirkung von Gewichtungskurven (Fensterfunktion)

Anmerkung: Zum Themenbereich „Fensterfunktion“ finden sich in Wikipedia sehr umfangreiche und gut illustrierte Informationen. Zwar ist der Zusammenhang dort mit Fokus auf Signalanalyse gelegt, die Fensterfunktionen bleiben jedoch gleich bzw. verwandt.

6.1 Das Rechteckfenster „Boxcar“ (keine Fensterwirkung)

In Kapitel 5.3.3 sind wir erstmalig beim Hochpass auf Gewichtungskurven (auch Gewichtungsfenster genannt) gestoßen. Wir nähern uns der Fensterfunktion am besten, indem wir ohne jedes Gewichtungsfenster beginnen und gleichzeitig die Impulsantwort (FIR-Koeffizientenkurve) samt sich daraus ergebender Frequenzantwort betrachten. Das nachzuempfindende Filter soll wieder ein Tiefpass mit $f_{\text{og}} = 1\text{kHz}$ und 4. Ordnung (Charakteristik Butterworth) werden.

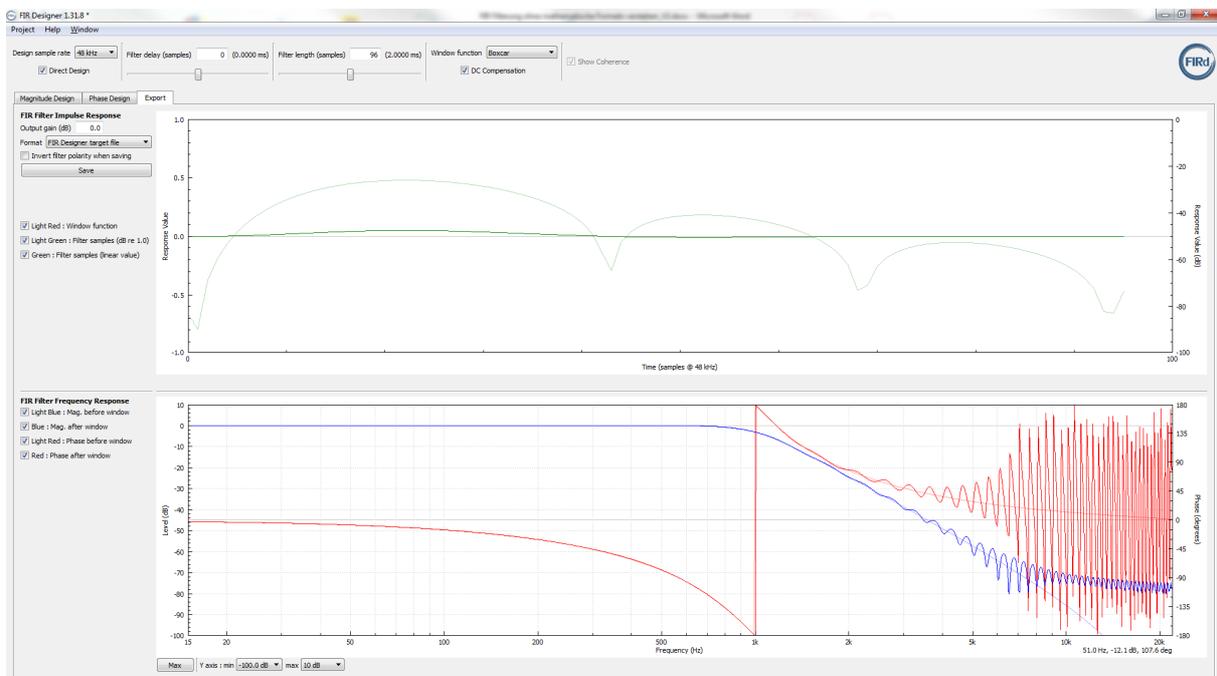


Abbildung 89, Tp 1kHz, 4. Ordnung, keine Gewichtungskurve

Das obere Fenster stellt die Impulsantwort des FIR-Filters dar, es fand keine „Fensterung“ statt, s.h. die berechneten Koeffizienten werden so wie sie sind, zur Filterung herangezogen. Keine Fensterung wird auch gern als „Rechteckfenster“ bezeichnet, d.h. alle Koeffizienten werden mit dem Wert 1 multipliziert.

An dieser Stelle ist bereits darauf hinzuweisen, dass in den weiteren Betrachtungen mit Gewichtungskurven, also einer wie auch immer wirkenden Fensterung, zunächst die FIR-Koeffizienten wie oben berechnet werden, aber vor Darstellung eine Gewichtung (von 1 abweichenden Multiplikation) unterzogen werden. Am besten ist dies zu verstehen, indem wir uns schlicht die FIR-Generierung mit Fensterung anschauen.

6.2 Das Hanningfenster

Um einen möglichst deutlichen Effekt der Fensterung erkennen zu können, wurde als Fensterfunktion das „Hanning-Fenster“ gewählt:

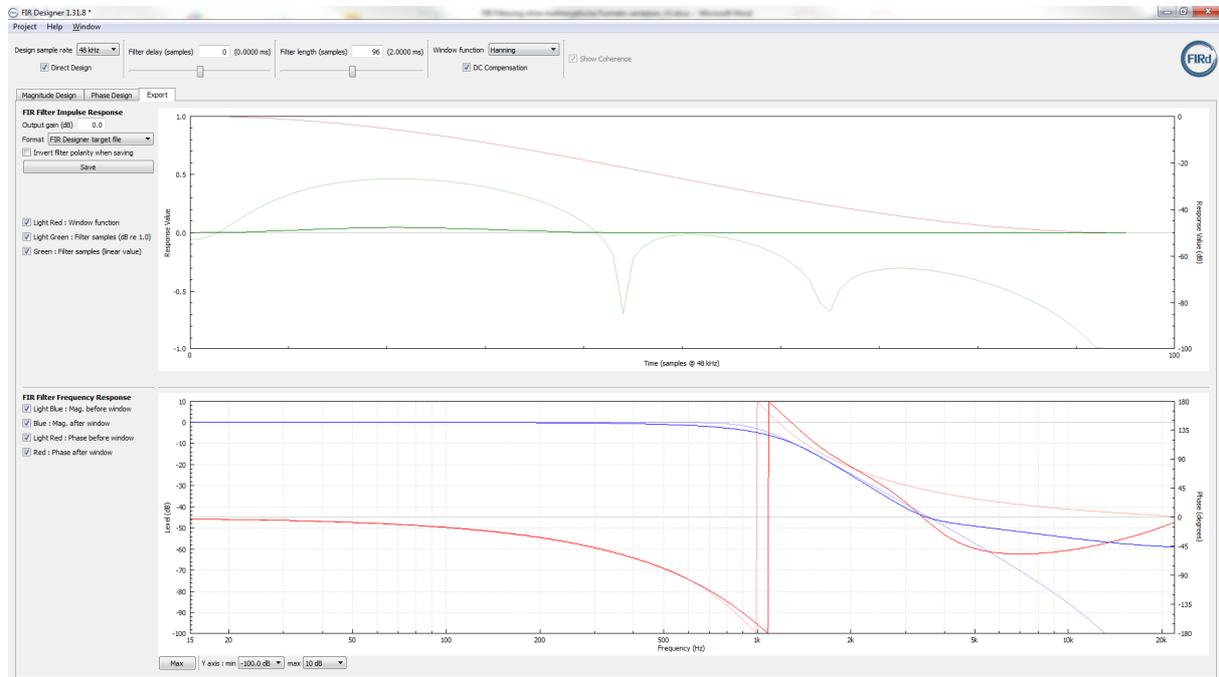


Abbildung 90, Tp 1kHz, 4. Ordnung, Gewichtungskurve „Hanning“

Die rote Kurve im oberen Fenster stellt die Gewichtungskurve dar, mit der die FIR-Koeffizienten multipliziert werden. Im Grunde folgt die Gewichtungskurve einer Kosinusfunktion über 0° bis 180° hinweg, deren Endwert bei 180° jedoch so angepasst ist, dass dieser mit 0 statt -1 abschließt. Deutlich ist an der hellgrünen logarithmischen Kurve zu erkennen, wie die Koeffizientenwerte über die Impulsantwort zu deren Ende hin gedämpft werden. Die in dunkelgrünen Kurve linear dargestellten Koeffizientenwerte sind selbstverständlich auch der Fensterung unterzogen worden, nur aufgrund der linearen Darstellung ist dies hier nahezu nicht nachvollziehbar.

Die recht starke Dämpfung der Koeffizientenwerte zum Ende der Impulsantwort bringt beim Tiefpass eine starke Dämpfung der Restwelligkeit im Sperrbereich mit sich. Jedoch müssen dafür an anderen Stellen Abstriche gemacht werden, die Dämpfung im Sperrbereich hat sich damit verschlechtert, der Übergang in den Sperrbereich bei f_{og} ist nicht mehr deckungsgleich mit der eigentlichen Zielkurve. Dafür ist der Phasengang aber deutlich beruhigt.

Wir betrachten weitere Glättungskurven.

6.3 Das „Cosine Tapered“ Fenster (in Anlehnung Tukey Fenster)

Diese Fensterfunktion zeichnet sich durch eine am Ende des Gewichtungsfensters eingelagerte Kosinusfunktion aus.

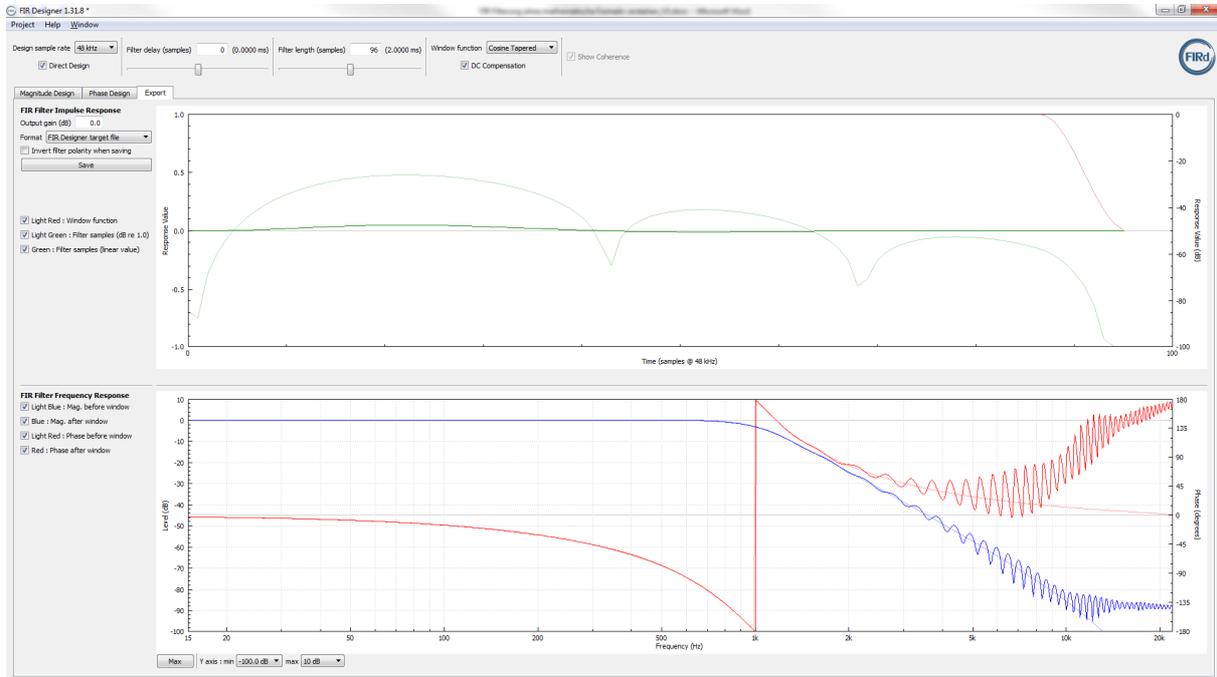


Abbildung 91, Tp 1kHz, 4. Ordnung, Gewichtungskurve „Cosine Tapered“

Dank des weiten Durchlassbereiches des Gewichtungsfensters in Kombination mit der erst am Ende stattfindenden Dämpfung erreicht diese Gewichtungsfunktion einen Kompromiss zwischen mäßiger Verringerung der Restwelligkeit in der Frequenzantwort bei gleichzeitig sogar besserer Dämpfung zu hohen Frequenzen hin als ganz ohne Fensterung. Ferner ist die FIR-Filterkurve gut in Deckung mit der Zielkurve des Tiefpasses 4. Ordnung. Im Übergangsbereich um f_{ug} herum wird vollkommene Deckungsgleichheit erzielt, siehe folgendes Darstellungsfenster mit höherer Auflösung.

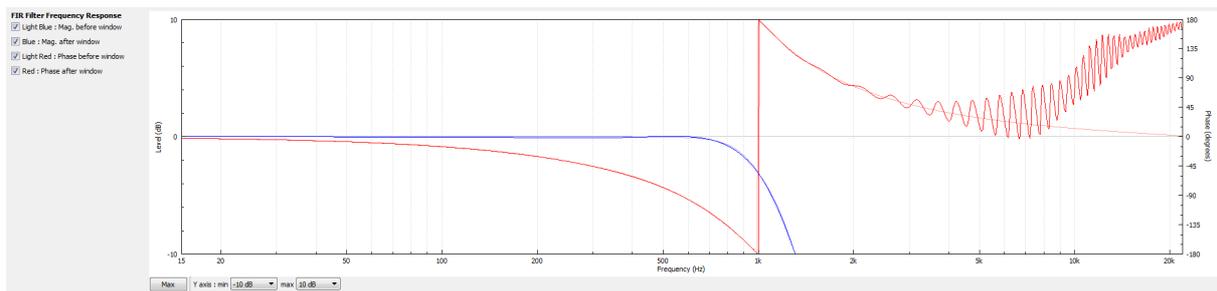


Abbildung 92, Tp 1kHz, 4. Ordnung, Frequenzgangdarstellung -10dB bis +10dB, Gewichtungskurve „Cosine Tapered“

6.4 Das „Modified Adrienne“ Fenster

Was diese Fensterfunktion zu leisten vermag, wir schauen einfach darauf:

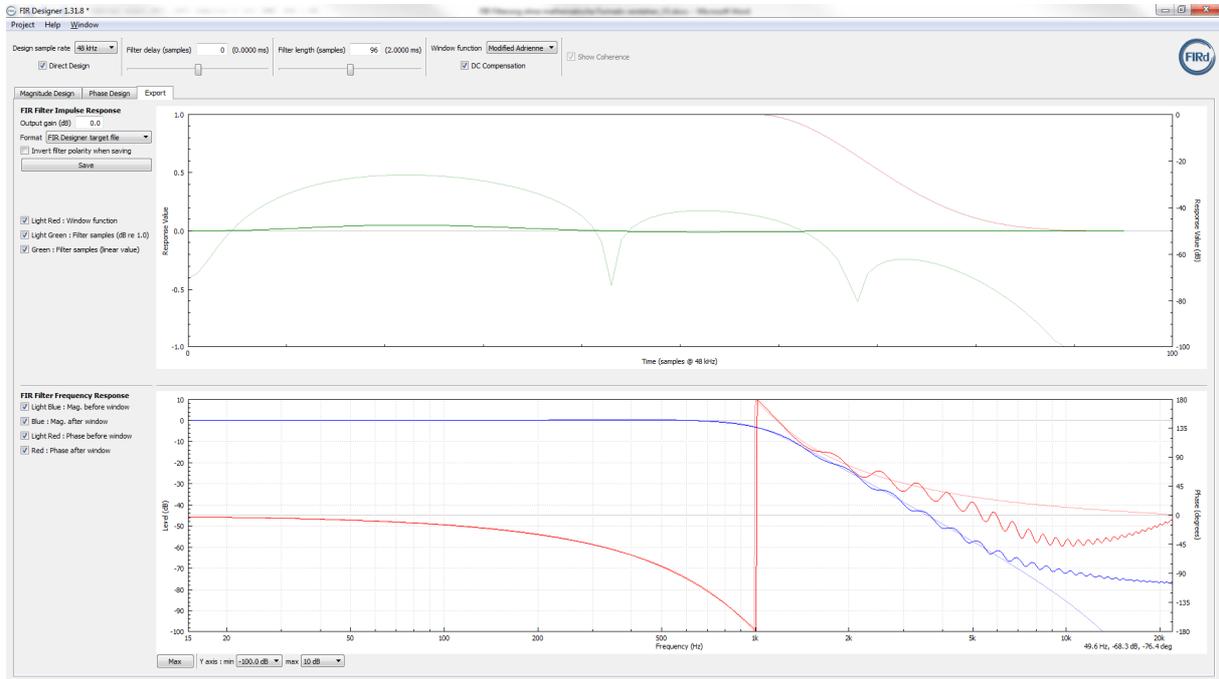


Abbildung 93, Tp 1kHz, 4. Ordnung, Gewichtungskurve „Modified Adrienne“

Der „Abschneidebereich“ am Endes des Gewichtungsfensters ist hier etwas erweitert, die Restwelligkeit in der Frequenzantwort damit einiges mehr zurückgedrängt als im vorlaufenden Beispiel Abbildung 91, bei leicht schlechterer Enddämpfung und sich abzeichnender geringer Abweichung in der Deckungsgleichheit zur Zielkurve (Tiefpass).

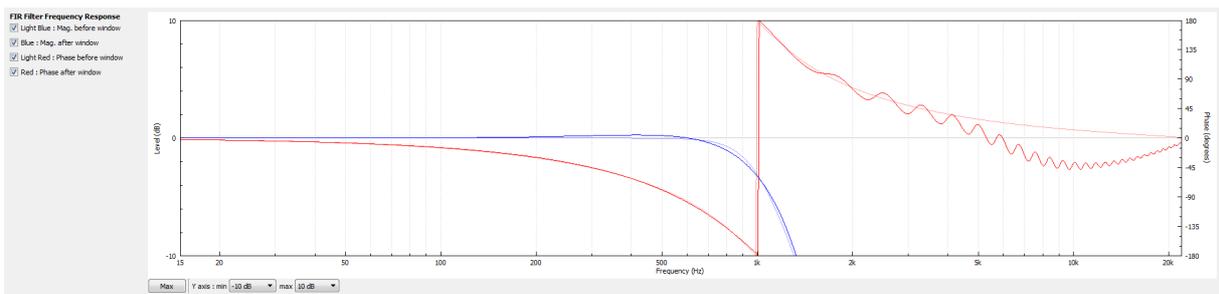


Abbildung 94, Tp 1kHz, 4. Ordnung, Frequenzgangdarstellung -10dB bis +10dB, Gewichtungskurve „Modified Adrienne“

Der Frequenzgangverlauf weicht gering von der Zielkurve ab, aber der -3dB Durchgang bei f_{ug} ist sauber eingehalten.

6.5 Das „Modified Adrienne“ Fenster ohne DC-Kompensation

Die Verwirrung um das „richtige“ Fenster kann noch etwas auf die Spitze getrieben werden. Alle vorangegangenen FIR-Koeffizientenberechnungen wurden durchweg mit aktiver DC-Kompensation umgesetzt, was z.T. erhebliche Auswirkungen haben kann. Aktive DC-Kompensation bedeutet nichts anderes, als dass das FIR-Filter für Gleichsignale bei einem Tiefpass die Verstärkung 1 aufweisen muss. Am Beispiel des „Modified Adrienne“ Fensters wollen wir exemplarisch sehen, was bei inaktiver DC-Kompensation als Ergebnis herauskommt.

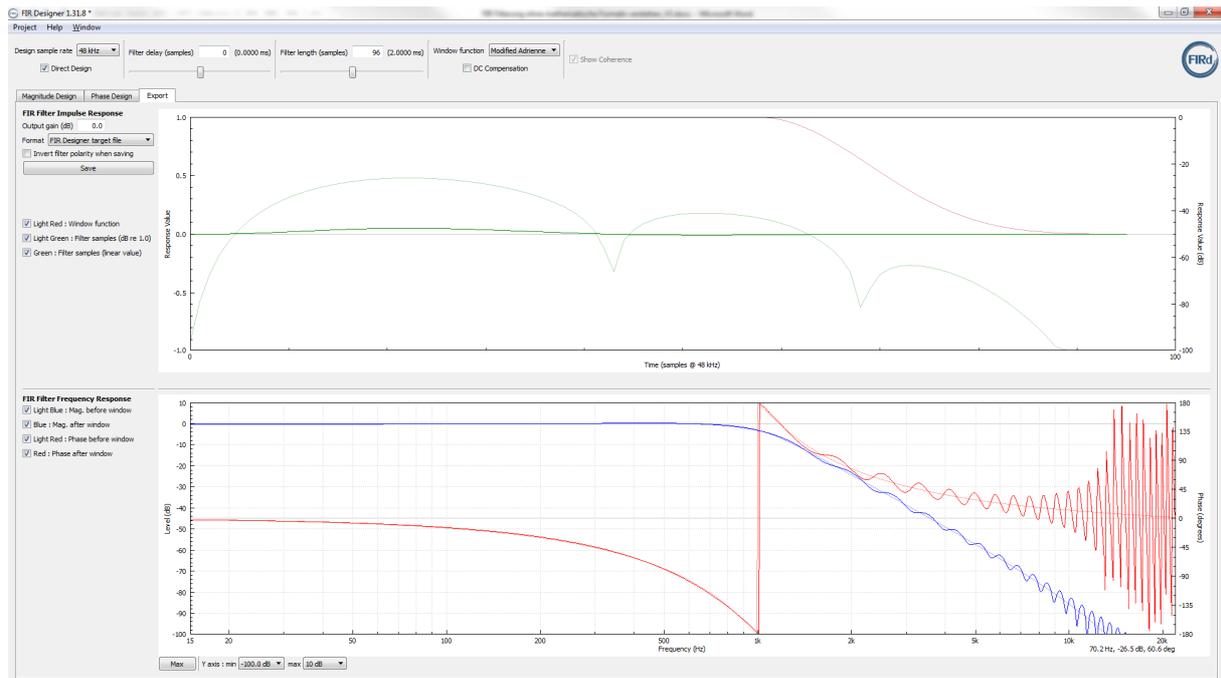


Abbildung 95, Tp 1kHz, 4. Ordnung, Gewichtungskurve „Modified Adrienne“ OHNE DC-Kompensation

Es wird eine erheblich höhere Dämpfung zu hohen Frequenzen hin erreicht!

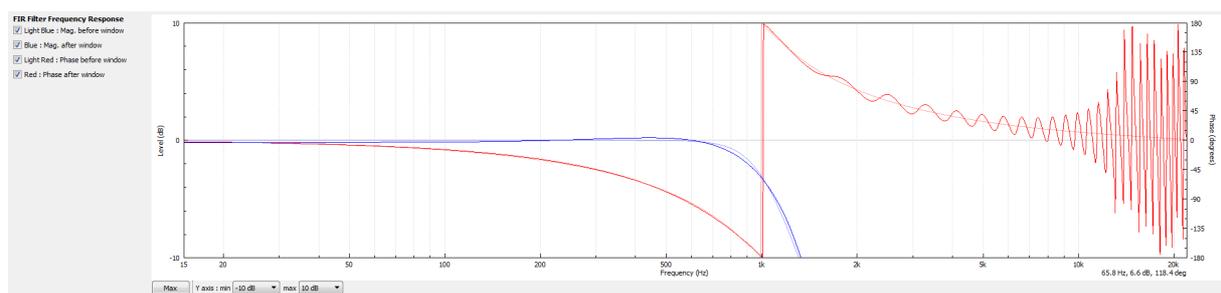


Abbildung 96, Tp 1kHz, 4. Ordnung, Darstellungsbereich -10dB bis +10dB, „Modified Adrienne“ OHNE DC-Kompensation

Bei niedrigen Frequenzen weist das FIR-Filter in dieser Auslegungsform eine gering unter 1 liegende Verstärkung (im dargestellten Frequenzbereich) auf. Für die reale Anwendung wäre diese Abweichung sicherlich ohne Belang, zumindest solange keine Messwerte damit exakt erfasst werden müssten.

6.6 DC-Kompensation: Anwendung und Wirkung

Als Beispiel für die Wirkungszusammenhänge mit/ohne DC-Kompensation nehmen wir uns wieder unseren Tiefpass 1. Ordnung aus Kapitel 5.1.1 mit 48Taps Filterlänge (1 Tap Delay), jedoch verändern wir die Gesamtverstärkung unseres FIR-Filter mit -10dB um eine entsprechende Dämpfung im Durchlassbereich zu erreichen. Unser Ziel sieht folgendermaßen aus:

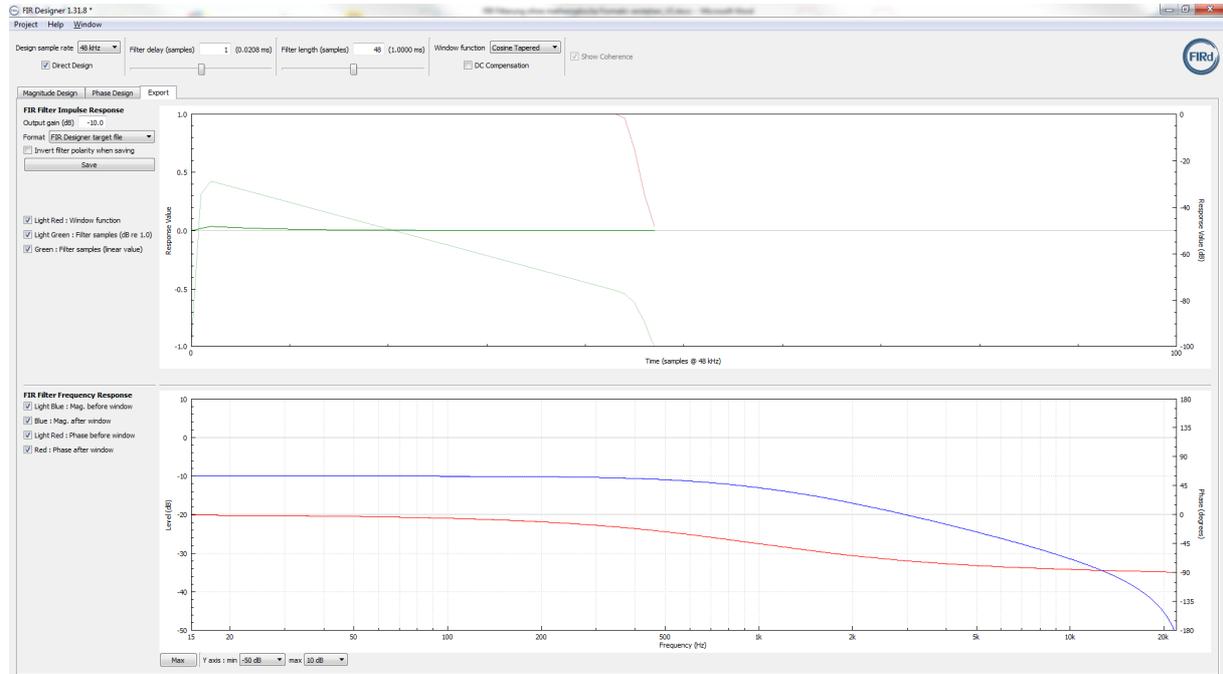


Abbildung 97, Tp 1. Ordnung, $V = -10\text{dB}$, ohne DC-Kompensation, Zielkurve hellblau, Filterkurve blau

Alles gut, Zielkurve und FIR-Filternachbildung sind deckungsgleich. ABER: Wir haben die DC-Kompensation gar nicht aktiv gehabt, wie sonst üblich. Schnell korrigiert:

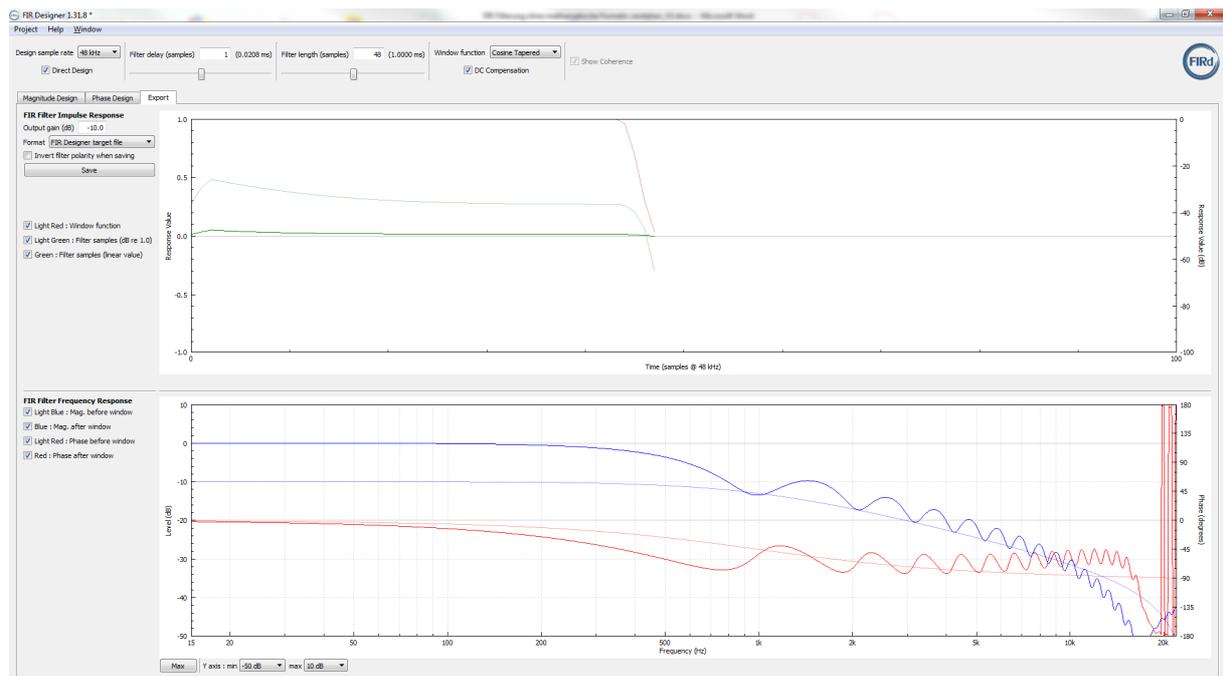


Abbildung 98, Tp 1. Ordnung, $V = -10\text{dB}$, mit DC-Kompensation, Zielkurve hellblau, Filterkurve blau

Unschwer zu erkennen, hier passt nun etwas gar nicht zusammen. Neben der Welligkeit der FIR-Filternachbildung des Tiefpasses (mit mehr Koeffizienten in den Griff zu bekommen) wird vor allem nicht die gewünscht Dämpfung im Durchlassbereich des Filters erreicht, im Gegenteil. Dies begründet sich, wie in der Einleitung Kapitel 5 angesprochen, in der Zielauslegung des FIR-Koeffizientensatzes für DC. Eine aktive DC-Kompensation hat stets zur Folge, dass die Summe aller Koeffizienten 1 ergibt, woraus folgt, dass DC-Signale und niedrige Frequenzen stets einer Verstärkung von 1 (0dB) unterliegen.

Betrachten wir die Filterkoeffizienten in Abbildung 97 und Abbildung 98, so finden sich in der Auslegung mit DC-Kompensation Koeffizienten mit größerer Amplitude (Wert), insbesondere im Bereich hinter dem Impulsmaximum. Diese größeren Koeffizientenwerte bewirken die Verstärkung von 1 für DC bzw. niedrige Frequenzen. Um kurz nachzuweisen, dass es sich nicht um Probleme mit einer zu geringen Koeffizientenanzahl im Zusammenspiel mit aktiver DC-Kompensation handelt, erweitern wir zunächst auf „nur“ 256 Koeffizienten:

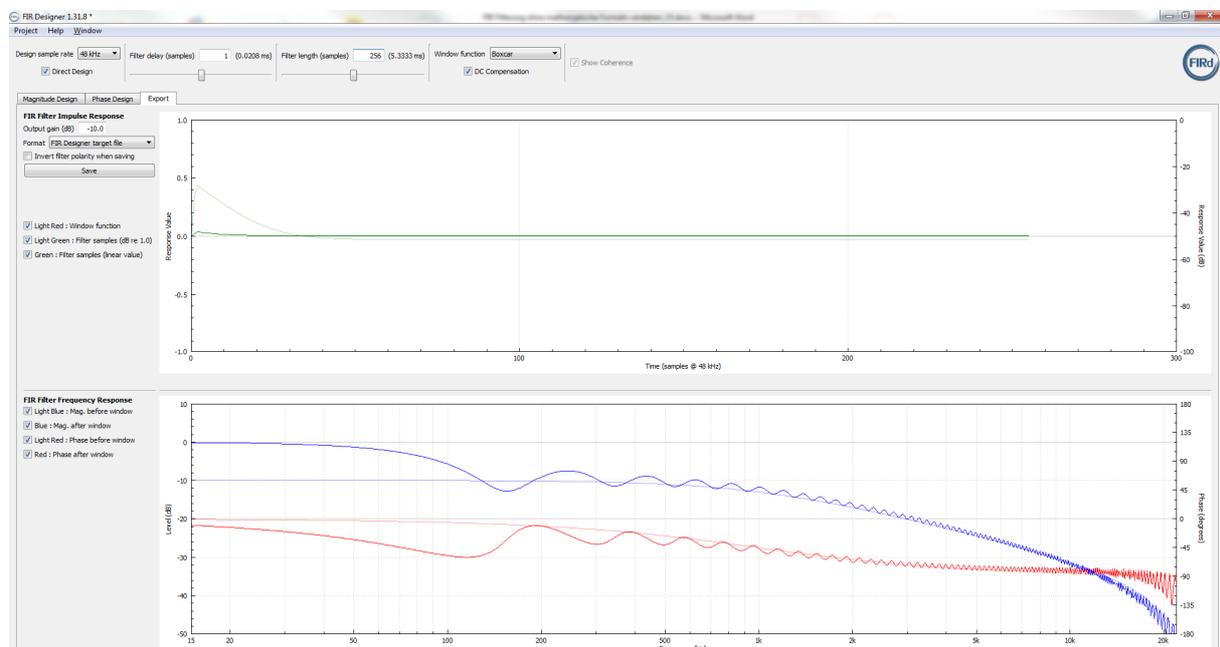


Abbildung 99, Tp 1. Ordnung, $V = -10\text{dB}$, mit DC-Kompensation, 256 Taps

Die Grenzfrequenz wird in dieser Kombination, also Tiefpass mit einer Dämpfung im Durchlassbereich, durch die Koeffizientenanzahl bestimmt und nicht/kaum durch die vorgegebene Grenzfrequenz des Tiefpasses. Das Zusammenspiel Koeffizientenanzahl, Wirkung bzw. Fehler unter Nutzung der DC-Kompensation kann anders ebenfalls recht deutlich aufgezeigt werden.

Wir steigen in unser FIR-Entwurfsprogramm an etwas anderer Stelle ein, und zwar dem Entwurf von Korrekturfiltern. Wir wollen aber gar keinen problematischen Frequenzgang korrigieren, sondern einen ganz einfachen, linearen Frequenzgang nur um -10dB dämpfen. Für das entsprechende FIR-Filter lassen wir im ersten Schritt 48 Koeffizienten zu.

Ein „lineares“ FIR-Filter (Strecke) mit DC-Kompensation würde im Ergebnis zwangsläufig mäßig sein:

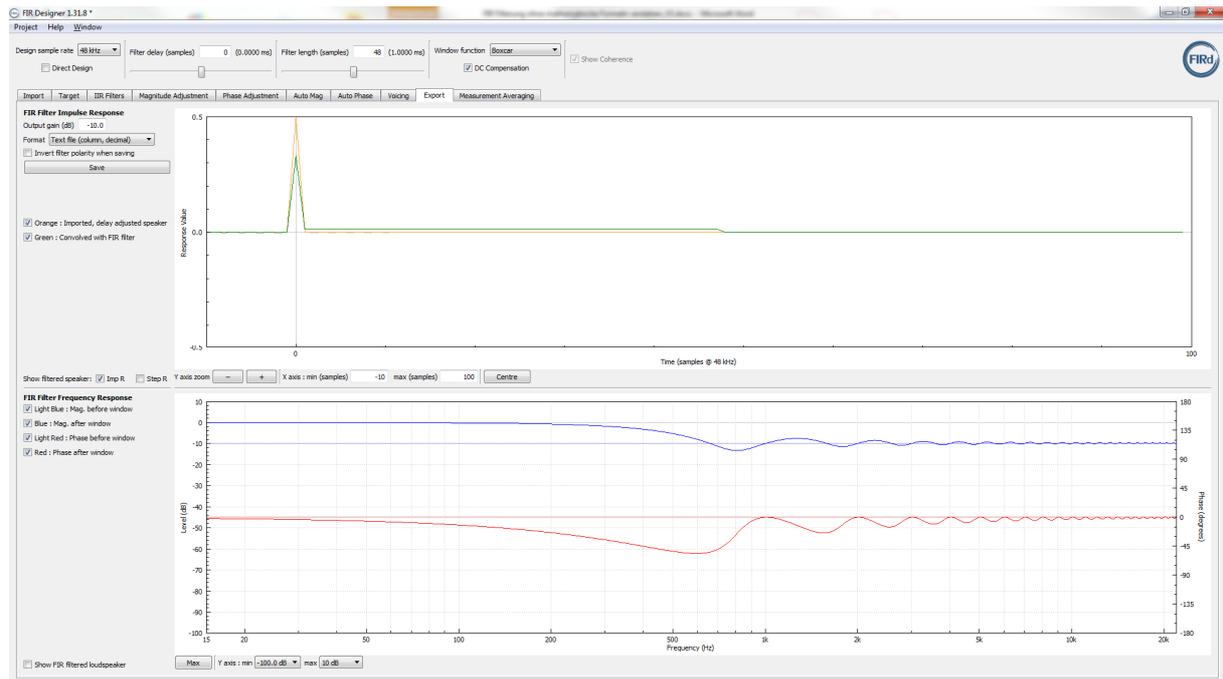


Abbildung 100, lineare Strecke nachgebildet, mit DC-Kompensation, 48 Taps

Natürlich handelt es sich hier um eine „Fehlanwendung“, aber es soll deutlich werden, wie vorzugehen ist und dass nicht pauschal DC-Kompensation richtig oder falsch ist, es kommt auf die Anwendung bzw. den Zusammenhang an. Insbesondere bei FIR-basierten Korrekturfiltern ist stets Obacht angezeigt. Natürlich kann ein FIR-Filter auch fehlerfrei eine lineare Strecke nachbilden:

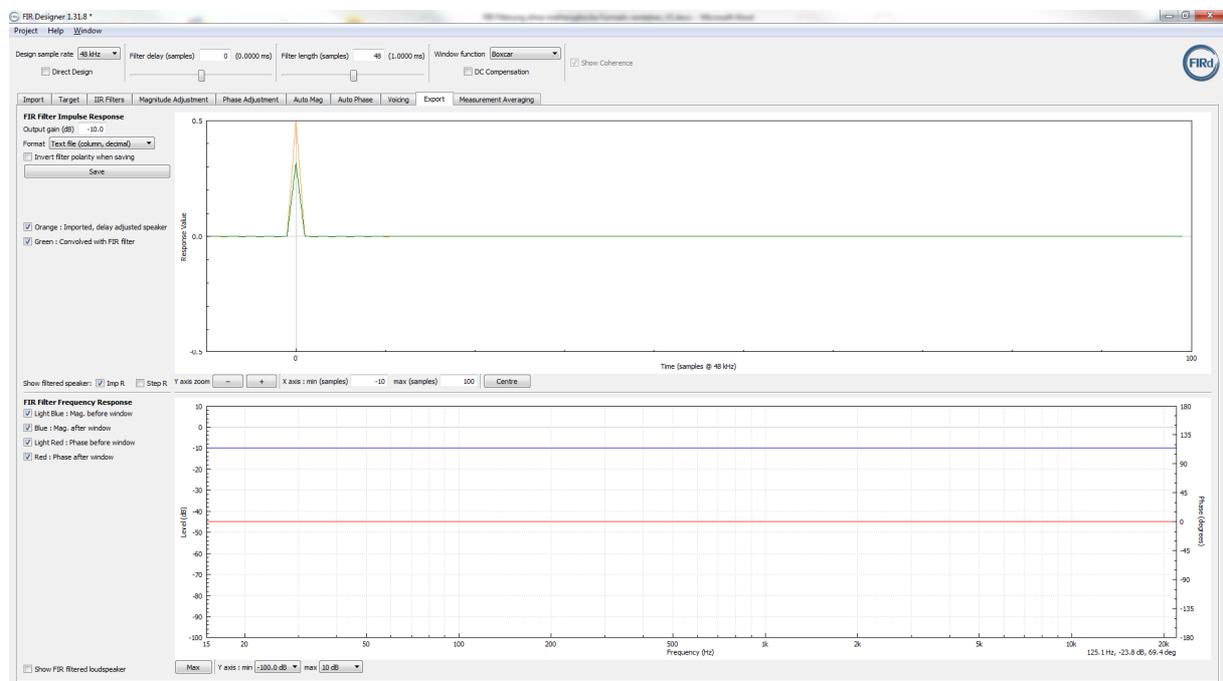


Abbildung 101, lineare Strecke nachgebildet, ohne DC-Kompensation, 48 Taps

Im FIR-Koeffizientensatz befindet sich dafür nur ein einziger erster Koeffizient mit dem Wert 0,316. Dieser Multiplikator ergibt eine Verstärkung von -10dB (entsprechend dem $20 \cdot \log 0,3162$), alle anderen Koeffizienten entsprechen 0. Mit DC-Kompensation wären die weiteren 47 Koeffizienten mit jeweils $(1-0,3162)/48$ besetzt, der erste etwas größer mit $0,3162 + 0,3162/48$.

Hier dürfte sich ein erstes „?“ eingestellt haben. Wie ist zu diesen Koeffizienten zu kommen?

Eine aktive DC-Kompensation führt bei einem Tiefpass dazu, dass die Summe aller Koeffizienten gleich 1 ergibt. Unschwer folgt daraus das Verhalten des FIR-Filters mit einer Verstärkung von 1 für ein anliegendes DC-Signal.

Eine aktive DC-Kompensation beim Hochpass hat stets zur Folge die Summe aller Koeffizienten gleich 0 zu setzen. Für DC-Signale führt dies zu einer vollständigen Dämpfung am Ausgang des Filters.

Kommen wir zurück zu der linearen Strecke, die mittels FIR-Filters um 10dB gedämpft werden soll, sprich Verstärkung -10dB. Als Multiplikator bedeutet dies einen Wert von 0,3162 (s.o.). Die Nachbildung einer idealen/linearen Strecke bedarf nur eines einzigen Koeffizienten. Die Gesamtverstärkung (also Summe aller Koeffizienten) muss in diesem Falle ebenfalls 0,3162 entsprechen, woraus sich die Forderung ergibt, keine DC-Kompensation zu nutzen. Daraus folgt: Alle anderen Koeffizienten erhalten den Wert 0.

Mit aktiver DC-Kompensation soll die Verstärkung weiterhin -10dB bzw. 0,3162 betragen, aber die Summe aller Koeffizienten muss nun 1 ergeben. Die Ermittlung der (weiteren) Koeffizienten ist damit nicht schwierig, verbleibt doch eine aufzubringende Restsumme für die Koeffizienten von

$$\text{„Restsumme“} : 1 - k'_{\text{FIR}} = 1 - 0,3162 = 0,6838.$$

Dies verteilt sich auf alle 48 Koeffizienten (warum nicht n-1 also 47, s.u.), womit für jeden Koeffizienten folgt:

$$k_{\text{FIR}} = 0,6838/48 = 0,014246$$

Nun muss folgerichtig noch zu dem ersten Koeffizienten noch dieser Wert zuaddiert werden, womit wir erhalten:

$$k_{\text{FIR}} = k'_{\text{FIR}} + k_{\text{FIR}} = 0,3162 + 0,014246 = 0,330446$$

Warum wird die „Restsumme“ auf alle 48 Koeffizienten verteilt und nicht auf die verbleibenden 47?

Dazu wollen wir eine lineare Strecke mit nur 4 Taps um 12dB dämpfen, s.h. Verstärkung = 0,25. Ohne DC-Kompensation ergibt dies für $k_{\text{FIR}} = 0,25$, alle weiteren $k_{\text{FIR}} = 0$.

Mit DC-Kompensation hätten wir für die

$$\text{„Restsumme“}: 1 - k'_{\text{FIR}} = 1 - 0,25 = 0,75$$

Würden wir diesen Rest auf die verbleibenden 3 Koeffizienten verteilen, so wären in Folge alle weiteren $k_{\text{FIR}} = 0,25$! Dies macht jedoch keinen Sinn, denn damit wären alle Koeffizienten mit 0,25 besetzt => FIR-Filter mit Tiefpassfunktion „Gleitender Mittelwert“ (siehe Kapitel 4.1). Als bleibt also nur die Vorgehensweise, die „Restsumme“ auf alle Koeffizienten gleichmäßig zu verteilen:

$$k_{\text{FIR}} = 0,75/4 = 0,1875 \Rightarrow$$

$$k_{\text{FIR}} = k'_{\text{FIR}} + k_{\text{FIR}} = 0,25 + 0,1875 = 0,4375$$

Soweit der Vervollständigung zur Arbeitsweise „Aktive DC-Kompensation“.

6.7 Eine Zusammenfassung zu Gewichtungskurven/-funktionen

Anhand der wenigen Beispiele konnte aufgezeigt werden, was Gewichtungskurven bzw. Gewichtungsfunktionen bei der Erstellung eines FIR-Filterkoeffizientensatzes bewirken (können). Ferner ist festzuhalten, es gibt nicht die eine perfekte Lösung für die Umsetzung, nicht die eine ideale Gewichtungsfunktion. Es handelt sich stets um eine Kompromisslösung hinsichtlich der Anforderungen an das, was das FIR-Filter letzten Endes zu leisten hat. Dabei greifen alle Parameter ineinander, Anzahl Koeffizienten (u.a. wg. zur Verfügung stehender beschränkter Rechenleistung), gewünschte Filtersteilheit, gewünschte maximale Filterdämpfung, tolerierbare Abweichung im Durchlassbereich eines Filters sowie Restwelligkeit im Sperrbereich und nicht zuletzt, wenn auch bisher nicht sonderlich beachtet, der Phasengang.

In Grenzen kann die Aussage getroffen werden, dass mit Gewichtungskurven etwas glattere Frequenzantworten eines FIR-Filters erreicht werden können als ohne, dies aber zu Lasten anderer Parametern geht.

Diese Behauptung relativiert sich u.U. sehr schnell, denken wir nur an den Hochpass 4. Ordnung aus Kapitel 5.3.3 mit und ohne Gewichtungskurve. Das schlechtere Ergebnis wurde mit Fensterung erreicht (siehe Abbildung 69), ohne Fensterung (siehe Abbildung 70) war es deutlich besser.

Die Verwendung der DC-Kompensation hängt stark vom Anwendungsfall ab. Wird lediglich eine Strecke nachgebildet (z.B. ein IIR-Filter) dürfte in den meisten Fällen die Nutzung der DC-Kompensation angezeigt sein, solange die Durchlassverstärkung 1 entspricht. Im Bereich einer FIR-basierten Streckenkorrektur wird meistens keine DC-Kompensation angezeigt sein, spätestens da es sich hier mehr um eine relative Korrektur denn eine absolute handelt.

Für einen weiteren Einblick bzw. das Sammeln von Erfahrungen hinsichtlich der Realisierung von FIR-Filtern hilft nur ein „Spielen“ mit den Parametern in den Filterentwurfsprogrammen wie z.B. mittels FirDesigner. Dies Programm ist als Demoversion frei verfügbar und bietet bis auf Speicherfunktionalität den vollen Entwurfsumfang. Leider bietet die Demoversion keine Ausgabemöglichkeit, sodass z.B. konkrete Koeffizientenwerte, wie am Ende Kapitel 6.6, genannt nicht nachvollziehbar sind.

7 FIR versus IIR, ein Vorteil: „Phasenfrie“ Filter

Ein ganz wichtiger funktionaler Vorteil von FIR-Filtern ist bislang unberücksichtigt geblieben. FIR-Filter bieten die Möglichkeit im Gegensatz zu IIR-Filtern den Frequenzgang und Phasengang (kann auch als Zeitverhalten bezeichnet werden) getrennt voneinander zu behandeln. Umgekehrt sind IIR-Filter deutlich weniger rechenintensiv denn FIR-Filter.

In einem IIR-Filter (der Nachbildung eines analogen Filters in einem digitalen Signalverarbeitungssystem) ist der Frequenzgang stets mit dem Phasengang fest verkoppelt. Es kann nicht an einer „Schraube“ (wie Frequenzgang) gedreht werden ohne Wirkung auf die andere „Schraube“ (wie Phasengang) zu haben. Dazu sind Sprungantwort und Impulsantwort ebenso mit den oberen beiden Größen fest verzahnt.

Die Thematik eines vom Frequenzgang entkoppelten Phasenganges wird gern in der Audiotechnik, vorrangig im Lautsprecherbereich, bearbeitet. Die oft notwendigen Filter in Lautsprechersystemen verursachen Phasendrehungen, die zu unterschiedlichen Laufzeiten bei verschiedenen Frequenzen führen und später im Schallfeld zur Folge haben, dass beim Hörer die Signalanteile nicht mehr zeitgleich eintreffen. Unter diesen Voraussetzungen wird z.B. ein Rechtecksignal nicht mehr als Rechteck im Schallfeld eines Mehrwegelautsprechersystems vorliegen. Über die Hörbarkeit dieses Problems wird nach wie vor gestritten. FIR-Filter ermöglichen (in Aktivsystemen) eine Eliminierung dieser Problematik, als Korrektursystem auch in bei passiven Lautsprechersystemen (z.B. vor dem Endverstärker).

Doch schauen wir uns nun an, wie beispielsweise ein phasenneutraler Tiefpass erzeugt werden kann.

7.1 Phasengangfreier Tiefpass 1. Ordnung

Um einen phasengangfreien Tiefpass zu ermöglichen, müssen wir einen wesentlichen Parameter bei der FIR-Koeffizientenerzeugung verändern: Das Delay.

Bisher haben wir mit einer Durchlaufverzögerung von 0 (kein Delay) gearbeitet. Um eine phasengangfreie Filternachbildung erzeugen zu können, müssen wir das Delay zunächst in die Mitte der Koeffizientenmatrix, also auf halbe Länge des FIR-Filters definieren. Ferner verdoppeln wir die Koeffizientenanzahl, damit funktional das Kriterium für ausreichende Frequenzauflösung eingehalten werden kann. Ferner legen wir fest, dass der Phasengang 0° betragen möge (linear).

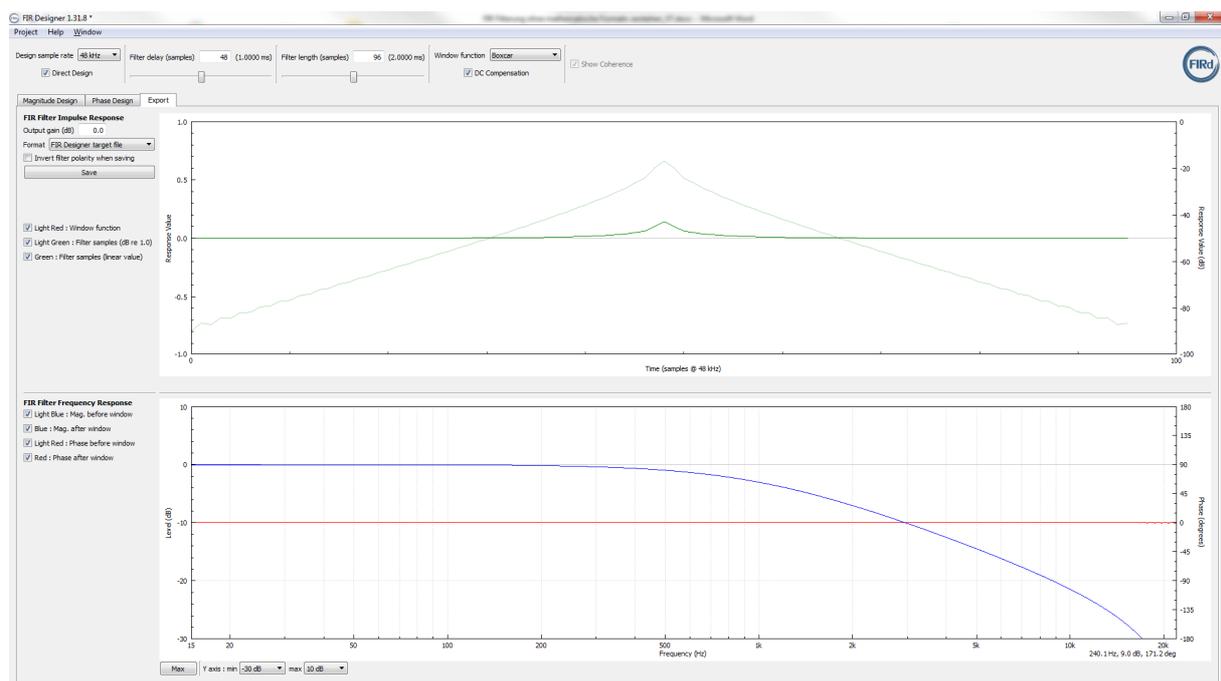


Abbildung 102, Tp 1kHz 1. Ordnung, linearer Phasengang, 96 Taps, 48 Delay, keine Gewichtung

Ganz typisch für phasenlineare Filter sehen wir in der Impulsantwort eine um das Delay gespiegelte Impulsantwort. Bei unseren bisherigen FIR-Filtern haben wir 1:1 den Tiefpass mit seinem Phasengang nachgebildet, somit bedurfte es in der Impulsantwort nur des Verhaltens wie wir es unter Kapitel 2 kennengelernt haben.

Der Phasengang, also das zeitliche Verhalten eines Filters, kann nur verändert werden, wenn das Filter das eingehende Signal ausreichend verzögern kann, um später im weiteren Verlauf in geeigneter Weise die sonst eher durchlaufenden Signalanteile so weit nach hinten zu verlagern, dass sie mit den langsamer durchlaufenden Signalanteilen zum gleichen Zeitpunkt am Ausgang des Filters anstehen.

Der Nachteil dabei ist, es kommt eine u.U. erhebliche Latenz (Verzögerung) des Gesamtsignals zu Stande. Müsste z.B. bereits für 50Hz eine Korrektur erfolgen, so benötigte dies (meist) ein Delay von 960 Taps, entsprechend 20ms. In Liveanwendungen indiskutabel lang, ein Sprecher / Sänger würde sich mit erheblicher Verzögerung hören.

Und wie schaut die Sprungantwort eines phasengangfreien Filters aus?

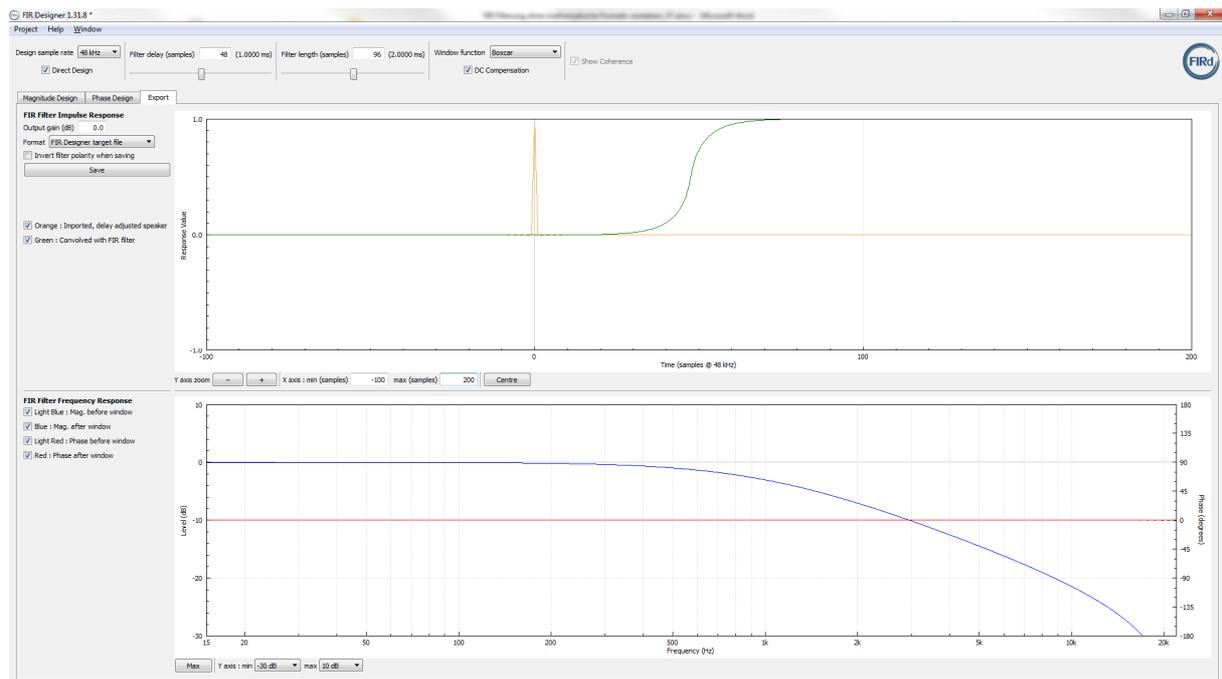


Abbildung 103, Tiefpass 1. Ordnung, linearer Phasengang, grün Sprungantwort

Der Verlauf der Sprungantwort kann mit etwas Übung bereits aus der Impulsantwort, dem Koeffizientensatz des FIR-Tiefpasses entnommen werden. Zunächst liegen dort sehr kleine Werte vor, die in der Nähe des Delays deutlich ansteigen, folglich muss bei Sprunganregung durch die Integration die Ausgangskurve ansteigen. Genau zum „Zeitpunkt“ des Delays mit 48 Taps liegt der größte Wert im Koeffizientensatz vor, mithin hat die Steigung in der Sprungantwort ihr Maximum (und gleichzeitig die Mitte zwischen 0 und 1). Danach fallen die Koeffizientenwerte wieder ab, in der Sprungantwort ergibt sich eine Abnahme des Anstieges bis zum Schluss bei 96 Taps der Wert 1 mit Steigung 0 erreicht ist.

An diesem Beispiel zeigt sich sehr schön die Symmetrie sowohl in der Impulsantwort wie auch der Sprungantwort bei Vorliegen eines Nullphasenganges, linearer Phase. Wobei die Darstellung über die Sprungantwort vielleicht die zugänglichere Variante ist, das weiche „Einlaufen“ in den Signalübergang, wie auch das gleichartige „Auslaufen“ daraus liefern eine gewisse Anschauung, was „phasenlinear“ im Grunde bedeutet.

7.2 Phasenganginvertierte Filter

Es ist möglich, einen Tiefpass in seinem Phasengang umzukehren. Das Beispiel: Tiefpass 1.Ordnung:

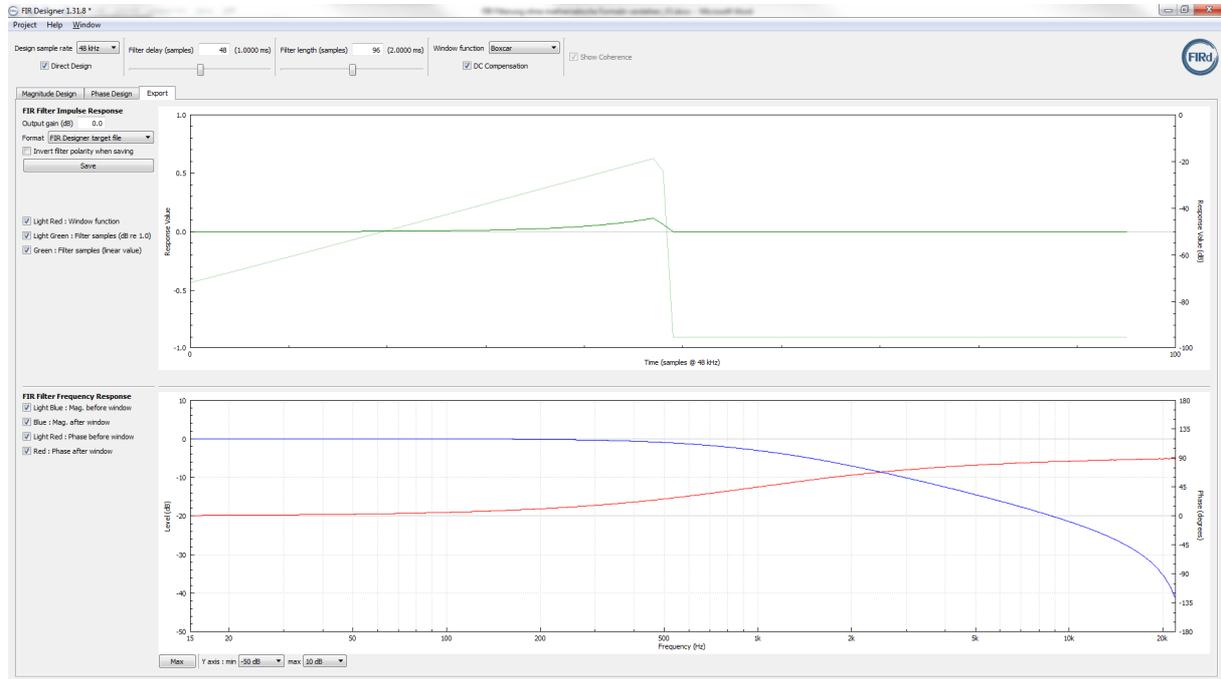


Abbildung 104, Tp 1kHz 1. Ordnung, 96 Taps, 48 Delay, invertierter Phasengang

In der Impulsantwort erkennen wir die Impulsantwort des Tiefpass 1. Ordnung aus Abbildung 77 wieder, diese ist lediglich „umgekehrt“, was nicht allzu verwunderlich sein sollte. Die obige Filterlänge kann obendrein eingekürzt werden, es sind nur die ersten 48 Koeffizienten erforderlich.

Natürlich wollen wir zu dem phasenganginvertierten Filter die Sprungantwort betrachten, deren Verlauf eventuell schon zu erraten ist:

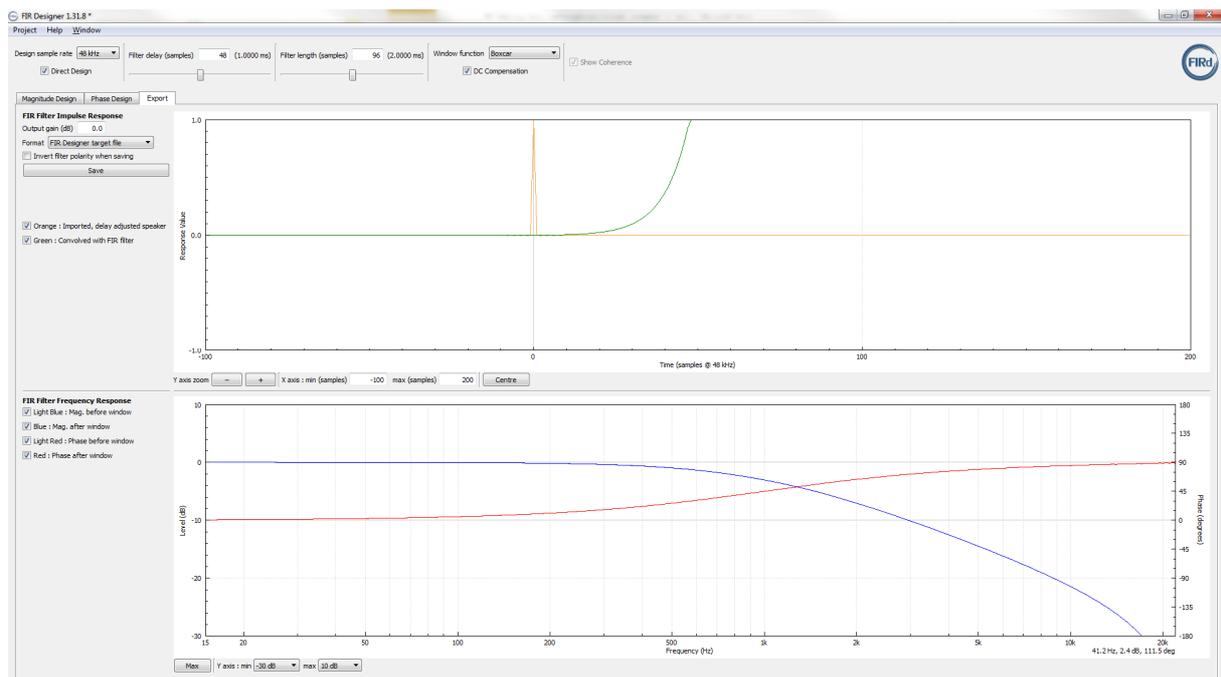


Abbildung 105, Tp 1kHz 1. Ordnung, invertierter Phasengang, Sprungantwort

Beim phasenganginvertierten Tiefpass ergibt sich ein genau umgekehrter Übergang an der Sprungstelle gegenüber dem Verhalten des bekannten analogen Tiefpasses (u.a. aus Kapiteln 2.2, 2.4 sowie 5.1.1). Auch diese Signalübergangsform ist im Grunde aus dem Koeffizientensatz des FIR-Filters mit etwas Training entnehmbar.

Der Vollständigkeit halber wollen wir noch einen Blick auf den Koeffizientensatz eines phasenganginvertierten Hochpasses werfen. Dessen Impulsantwort Abbildung 82 sowie Frequenzantwort Abbildung 62 kennen wir bereits, für den Koeffizientensatz in der phasenganginvertierten Variante dürfen wir eine schlichte Umkehr der Reihenfolge der Koeffizienten erwarten.

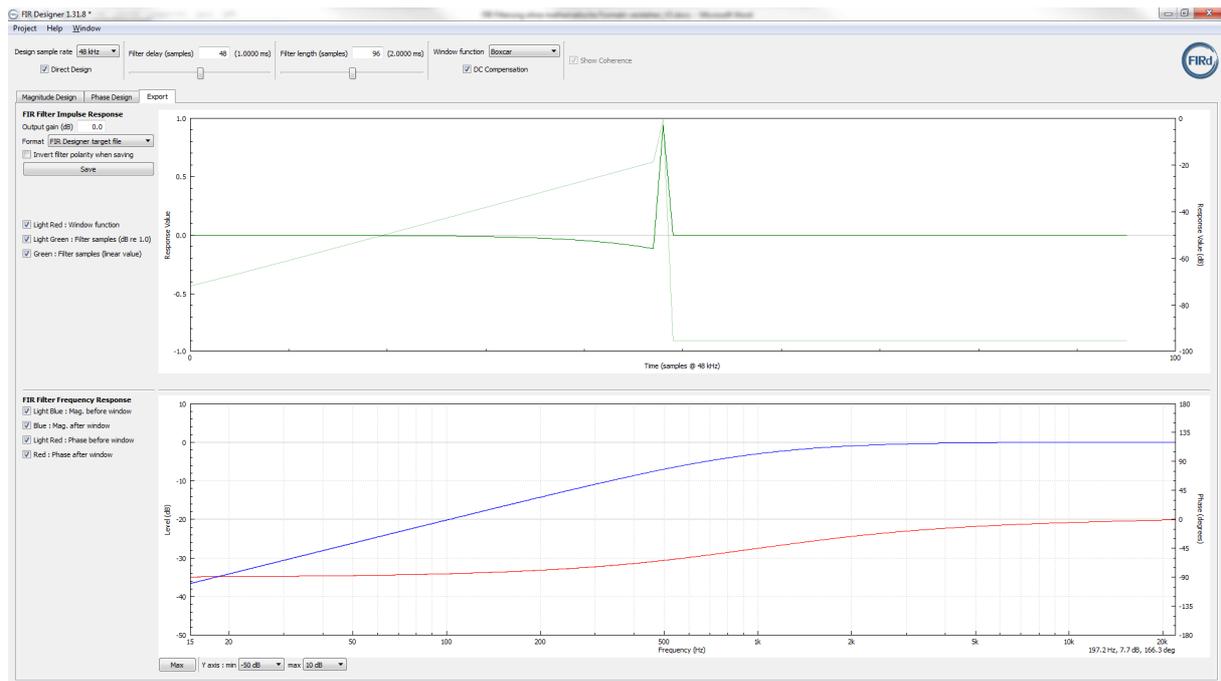


Abbildung 106, Hp 1kHz 1.Ordnung, invertierter Phasengang

Auf die Darstellung der Sprungantwort wird verzichtet, u.a. da Sprungantworten von Hochpässen eher an Impulsantworten erinnern und meist schwieriger vorstellbar bzw. nachvollziehbar empfunden werden als die Sprungantworten von Tiefpässen.

8 FIR-Korrektur in komplexen Systemen

8.1 Korrektur eines realen vorliegenden Lautsprechersystems

Zu den eher „ernsthafteren“ Anwendungen von FIR-Filtern, da anders nicht darstellbar, zählt die Streckennachbildung oder gar Korrektur dieser. Hier soll lediglich kurz vorgestellt werden, wie leistungsfähig FIR-Filter sein können.

Eine Aufgabe war es, ein Hornsystem (Audio) hinsichtlich dessen Frequenz- und Zeitverhaltens zu korrigieren bzw. deutlich zu verbessern. Der Frequenzgang wurde im Bereich 450Hz bis 16kHz optimiert, der Phasengang von 500Hz bis 24kHz mit einem gleitenden Übergang in den Korrekturbereich von 400Hz bis 500Hz. Da das spätere Filter zwischen Vorverstärker und Endstufensystem eingebracht werden sollte, musste das gesamte Audiospektrum dieses passieren, wobei alles unter 450Hz keine nennenswerte Veränderung erfahren durfte. Somit musste das Filterentwurfsprogramm diese Anforderungen im Entwurf parametrierbar ermöglichen. Schauen wir uns zunächst das Problem an:

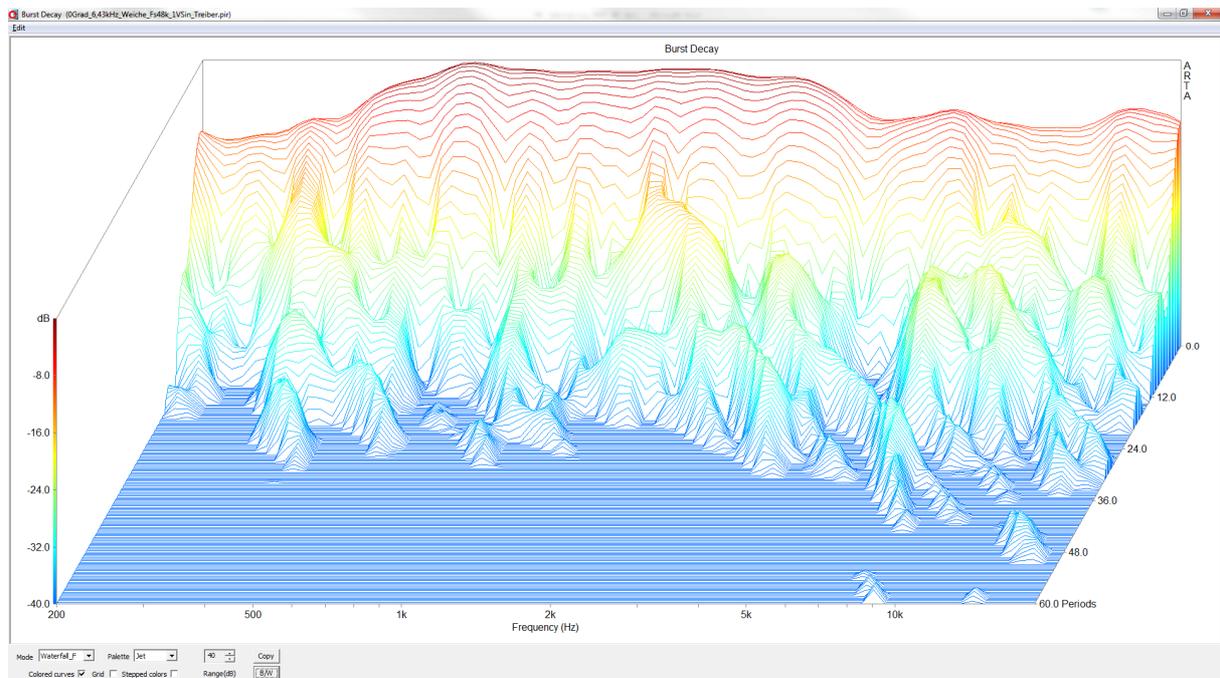


Abbildung 107, Hornsystem Frequenzgang mit Zeitverhalten, unkorrigiert, ohne HP im Aktivsystem

Neben einem nicht besonders glatten Frequenzgang ist insbesondere das starke „Nachklingen“ ein Problem bei der Wiedergabe. Mittels eines FIR-Filters soll beiden zu Leibe gerückt werden. Dafür ist es notwendig, in das Filterentwurfsprogramm das obige Verhalten einzubinden. Dort werden wir ferner sehen, dass der Frequenzgang noch wesentlich zerklüfteter ist, als in der obigen Wasserfall-darstellung erkennbar.

Die Filterlänge beträgt 4096 Taps bei einem Delay von 2048 Taps, also symmetrisches Filter. Es sollen schließlich auch die Zeitfehler (Phasenverhalten) des Horns korrigiert werden. Gewichtungsfenster ist „Cosine Tapered“, auf DC-Kompensation wird verzichtet, da nur bis 450Hz hinunter korrigiert werden soll.

Zuerst sehen wir uns die Eingangssituation im Entwurfsprogramm an, diesmal als Frequenz- und Phasengang inklusive der sich daraus ergebenden Impulsantwort:

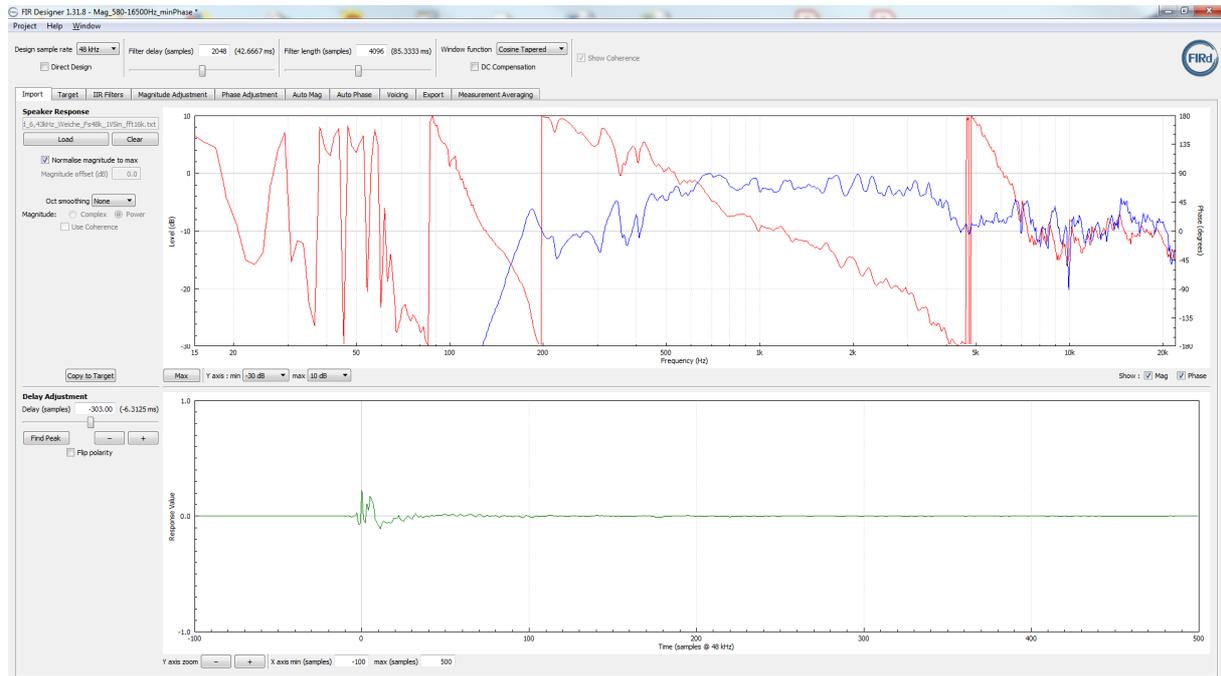


Abbildung 108, Frequenz- und Impulsantwort Hornsystem

Mit der FIR-Korrektur ergibt sich folgendes Verhalten für das Hornsystem:

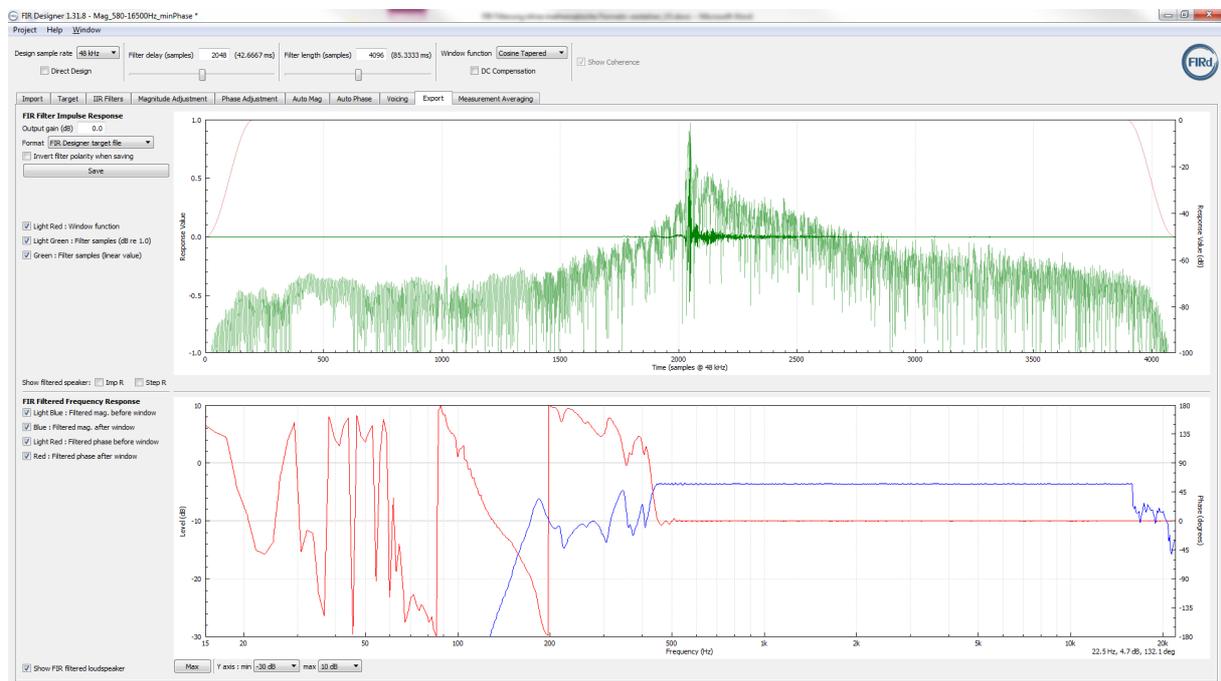


Abbildung 109, korrigierter Frequenz- und Phasengang des Hornsystems

Im gewünschten Bereich ist eine ganz erhebliche Verbesserung durch Einsatz eines FIR-Filters erreichbar. Der scheinbare Gainverlust im Korrekturbereich ist im Mehrwegeaktivsystem einfach auszugleichen, kann aber ggfs. auch in den Filterentwurf mit eingearbeitet werden.



Abbildung 110, Frequenzantwort des FIR-Filters für korrigiertes Hornsystem

Sinnvoll ist es, noch einen kontrollierenden Blick auf die Frequenzantwort des Filters zu werfen. Schließlich ist gefordert, dass unterhalb des Korrekturbereiches keine Veränderung in diesem Audiospektrum stattfindet. Dies Bedingung ist dort eingehalten, Verstärkung 0dB, Phase 0°.

(Kleine Anmerkung: Die in der Bildschirmkopie erkennbare Dateiüberschrift hat nichts mit den tatsächlichen Einstellungen des Filters zu tun)

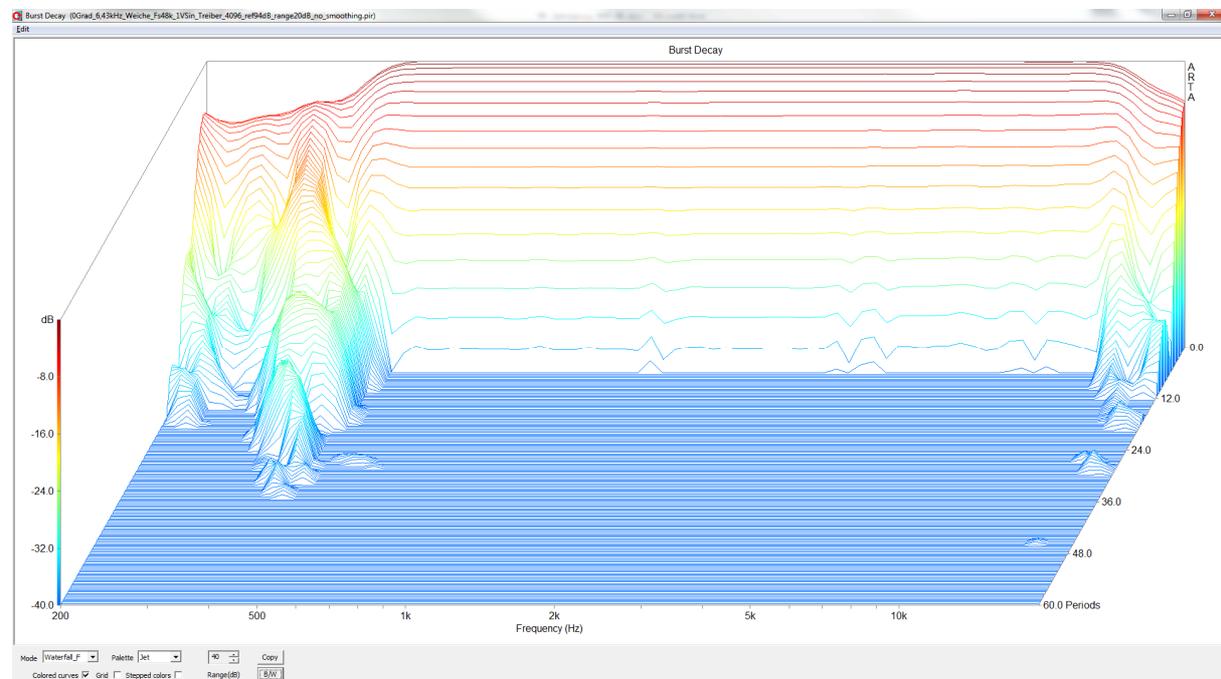


Abbildung 111, Hornsystem Frequenzgang mit Zeitverhalten, mittels FIR korrigiert, ohne HP im Aktivsystem

Eine geradezu extreme Verbesserung im Wiedergabeverhalten des Hornsystems. Im korrigierten Frequenzbereich verhält sich das System perfekt, keine Frequenzgangfehler, Abklingen der Signale genauso schnell, wie es eine reine elektrische Leitung täte.

In der realen Anwendung eines Lautsprechersystems ist obere Optimierung jedoch eher Schall und Rauch. Unter verschiedenen Winkeln und Entfernungen ändert sich das Wiedergabeverhalten des Hornsystems. Die obere Messung in nur einem Punkt im Raum mit anschließender Korrektur versagt zwangsläufig unter anderen Winkeln und Entfernungen.

Eine wirklich anwendbare FIR-Korrektur bedarf eines viel umfangreicheren Vorgehens: Mehrpunktemessungen, Zusammenführung dieser und iterative Filterauslegung unter Nachmessen der Ergebnisse im Raum.

Es gibt zu oberer Optimierung mit der Umsetzung einer im realen Einsatz brauchbaren FIR-Korrektur ein umfangreiches Werk zum Nachlesen mit dem Titel:

„FIR-basierte Optimierung einer Hornkombination“, (Bost, Dipl.-Ing. Mattias, 2019)

Hier sollte das Beispiel nur etwas Appetit auf die Anwendung von FIR-Korrekturfiltern machen.

8.2 Eine Vorstellungshilfe zur Korrektur im Zeitverhalten

In Kapitel 7.1 ist kurz zur Sprache gekommen, dass eine Korrektur von Signalanteilen in zeitlicher Hinsicht nur durch Verzögerungen im FIR-Filter erzeugt werden können. Doch wie hängt dies, auch mit den Amplitudenwerten der Signalanteile überhaupt zusammen?

Wir schauen uns zunächst einmal eine ideale Strecke in der Frequenzantwort und Zeitverhalten an.

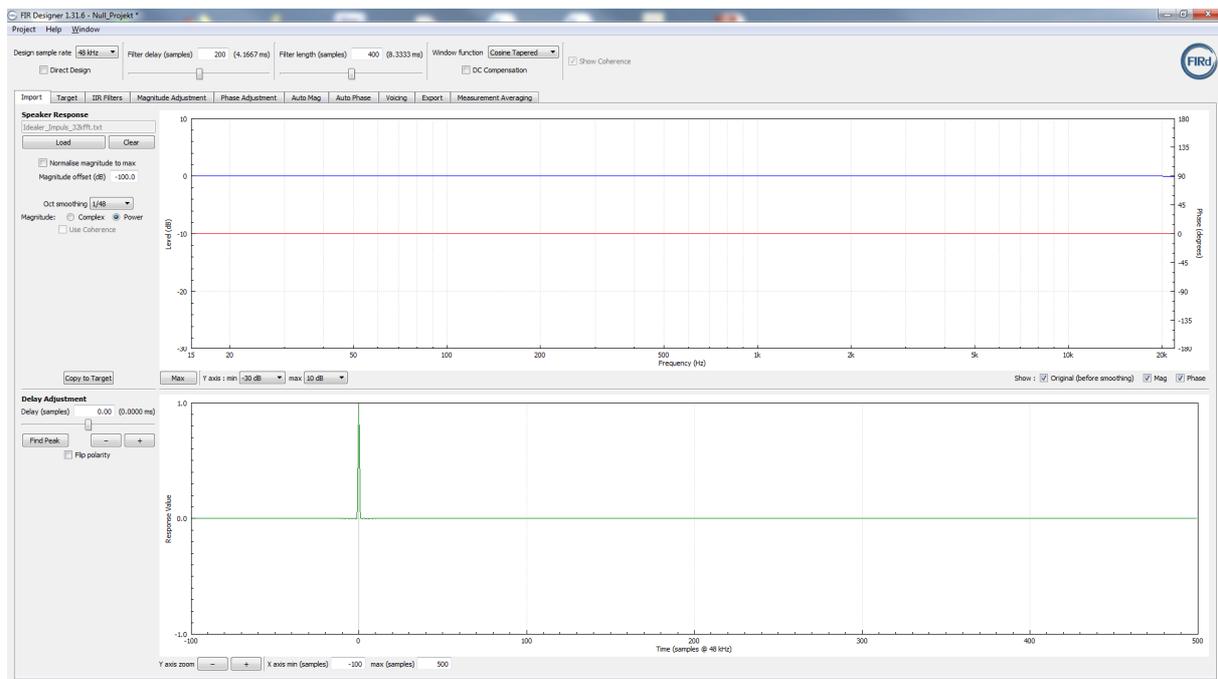


Abbildung 112, ideale Strecke, Frequenz- und Impulsantwort, die gesamte „Energie“ ist in Sample 0 vereint,

Regen wir eine ideale Strecke mit einem Impuls an, so erhalten wir an deren Ausgang ebenfalls einen Impuls: Die vom Anregungsimpuls „eingespeiste Energie“ wird umgehend weitergegeben. Bei einem Tiefpass schaut dies anders aus. Doch ohne ein Vorstellungsmodell kommen wir da nicht weiter.

Am einfachsten erscheint ein Vorstellungsmodell, das sogenannte Masse-/Federsystem. Als Masse diene uns ein ideales Auto (das keine Roll-/Luftwiderstandverluste haben soll). Als Feder halt eine „solide“ Feder hinten am Fahrzeug. Nun regen wir dieses „System“ mit einer Sprunganregung an, s.h. wir fahren von hinten schlagartig mit einem weiteren Fahrzeug auf (das dadurch aber nicht langsamer wird!). Was passiert?

Die Feder wird zusammengedrückt und nimmt damit Energie auf. Das Auto wird sich aufgrund der durch die zusammengedrückte Feder wirkenden Kraft nach vorn bewegen und beginnt Energie aufzunehmen. Irgendwann stellt sich ein Kräftegleichgewicht ein, unser „Antriebsfahrzeug“ übt auf die Feder genauso viel Kraft aus, wie diese auf das Auto. Ein Teil der übertragenen Energie befindet sich in der Feder, der andere im sich schon bewegenden Auto. Irgendwann hat die Feder ihre gesamte Energie abgegeben, ist entspannt und das Auto bewegt sich mit der Geschwindigkeit weiter, mit der wir mit unserem auffahrenden Fahrzeug hinten drauf gefahren sind (und uns noch immer dahinter bewegen). Nun die Analogie zu einem analogen Tiefpass, wie wir ihn bereits mehrfach zu fassen hatten.

Betrachten wir die Bewegung unseres Auto, auf das wir so mutig auffahren, so entspricht dessen Geschwindigkeit über die Zeit gesehen dem, was bei einem Tiefpass dessen Ausgangssignal bei Sprunganregung ist. Die Beschleunigung des Autos ist hingegen das, was bei einem Tiefpass der Impulsantwort entspricht.

Schauen wir auf unser antreibendes Fahrzeug, so stellen wir fest, dass wir mit diesem erst über die Zeit die notwendige Energie komplett an unser Auto übertragen, da die Feder zwischendrin einen Teil aufnimmt (und im Laufe aber auch in Gänze wieder abgibt). Ohne Feder würden wir auf Schlag die gesamte notwendige Energie von unserem antreibenden Fahrzeug an das Auto abgeben (Blebschadenfreiheit einfach vorausgesetzt). Wir möchten aber, dass sich unser federbestücktes Auto ideal verhält und in nahezu 0s auf die Geschwindigkeit beschleunigt, die unser antreibendes Fahrzeug hat. Da soll uns ein FIR-Filter helfen, dazu folgendes Bild des Filterentwurfprogrammes:

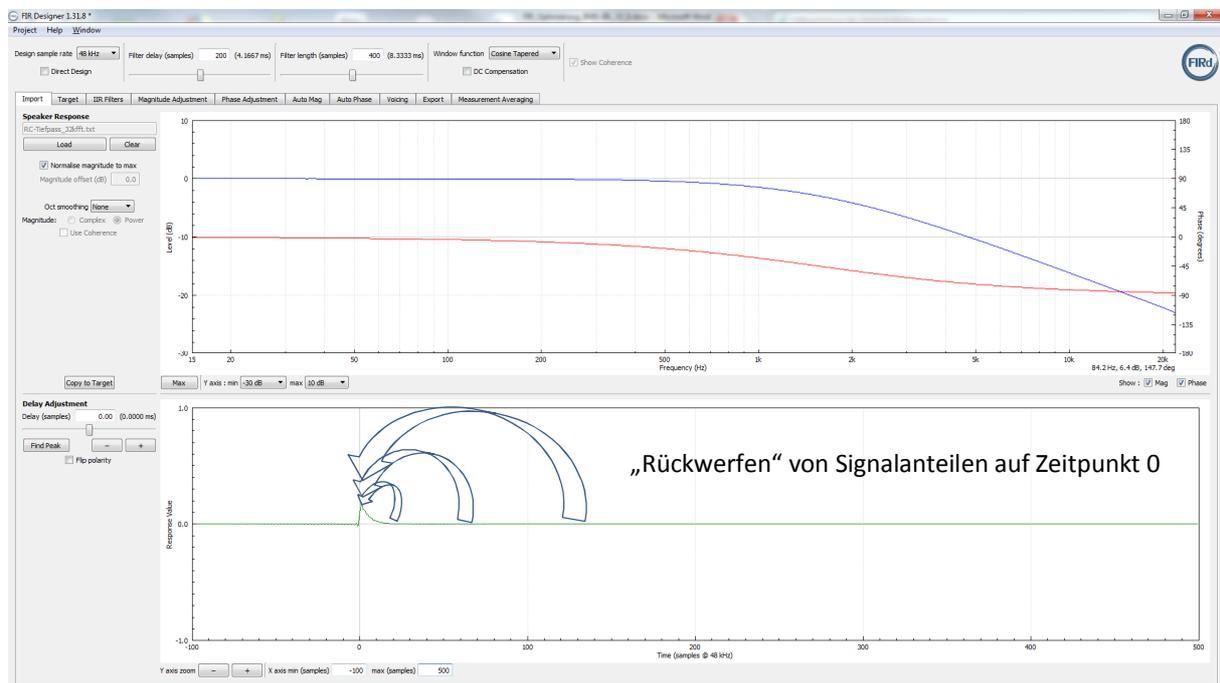


Abbildung 113, „Tiefpassverhalten“ 1,6kHz f_{UG} , 1.Ordnung, zu spät kommende Energieanteile auf Sample 0 verlagern

Unser FIR-Entwurfprogramm sorgt dafür, dass die zu spät ins sich bewegende Auto gelangenden Energieanteile nach vorn „geworfen“ werden, und sich alle Energie im Zeitpunkt 0 in geeigneter Weise in dem Auto sammelt. Das kleine aber entscheidende Problem: Es kann nichts vorgeholt werden, was noch nicht da ist. Wir werden gleich verstehen, was damit gemeint ist.

Unser auffahrendes Fahrzeug muss ja „durch die Feder“ durch, um das Auto in Bewegung setzen zu können. Egal wie, die Feder muss zusammengedrückt und gespannt werden. Unser FIR-Filterssystem bewirkt, dass im Moment des Auffahrens die Feder noch gar nicht zusammengedrückt wird. Das machen wir solange, bis wir uns deutlich dem Blechkleid unseres Autos genähert haben (hier wirkt ein Delay). Nun presst unser FIR-Filterssystem mit geeigneter Hardware die Feder extrem schnell zusammen, diese kann nun viel mehr Kraft übertragen und beschleunigt das Auto erheblich schneller als sonst, es erreicht die Endgeschwindigkeit in sehr kurzer Zeit, wobei unser antreibendes Fahrzeug recht dicht hinter dem Auto verbleibt. Problem, die Feder bleibt damit gespannt, würde weitere Energie ans Auto übertragen, was dieses zu schnell machen täte. Also zieht unser FIR-Filter die Feder wieder zurück, damit diese entspannt wird.

An dieser Stelle dürfen wir uns etwas an Kapitel 3, Abbildung 24 und Abbildung 33 erinnern. Dort sind wir in ähnlicher Weise vorgegangen, wir haben mit dem ersten Koeffizienten die Energie für das Spannen der Feder plus der Bewegungsenergie für das Fahrzeug eingebracht und mit dem zweiten Koeffizient die überschüssige Energie aus der Feder wieder herausgeholt. Zugegeben ein stark vereinfachtes Beispiel, aber damit dürfte das Prinzip der Korrektur etwas nachvollziehbarer sein.

Doch Moment, hier liegt eine Abweichung der beiden Beispiele vor. In Kapitel 3 greift unsere Optimierung unmittelbar, in hiesigem obigen Beispiel postulieren wir die Notwendigkeit eines Delays. Nun, damit kommen wir zu den unterschiedlichen Optimierungsansätzen und deren Auswirkungen im zeitlichen Ablauf.

8.3 Korrektur mit/ohne Phasengangberücksichtigung

Hinsichtlich des zeitlichen Verhaltens (Phasenganges) des korrigierten Gesamtsystems gibt es im Grunde drei elementare Optimierungsziele für den Phasengang, das Zeitverhalten:

- Das FIR-Korrekturfilter weist selbst gar keinen Phasengang auf
- Das FIR-Korrekturfilter hat einen Phasengang passend zu dessen Frequenzgang (minimalphasige Korrektur)
- Das FIR-Korrekturfilter weist einen Phasengang auf, der den des Zielsystems zu 0 setzt (linearphasige Korrektur)

Wir beginnen am besten mit der minimalphasigen Korrektur. Die minimalphasige Korrektur entspricht im Grunde in ihrem Verhalten am ehesten einer Korrektur, wie sie auch mit einer analogen Schaltung möglich wäre. Minimalphasig bedeutet, der Phasengang des Korrekturfilters entspricht dem sich aus dem Frequenzgang ergebenden Phasengang (ist also nicht unabhängig, so wie es bei analoger Technik wäre).

Der Tiefpass hat wieder 1,6kHz obere Grenzfrequenz, ist 1. Ordnung. Dessen Verhalten wurde mittels eines 32k-Werte basierten FFT-Spektrums importiert, generiert über eine Excel-Datei im für FIR-Designer kompatiblen Format. Zunächst betrachten wir die Situation nach Import des Tiefpasses.

8.3.1 Minimalphasige FIR-Korrektur, Typ1

Importfenster Tiefpass 1,6kHz mit typischen Frequenz- und Phasengang:

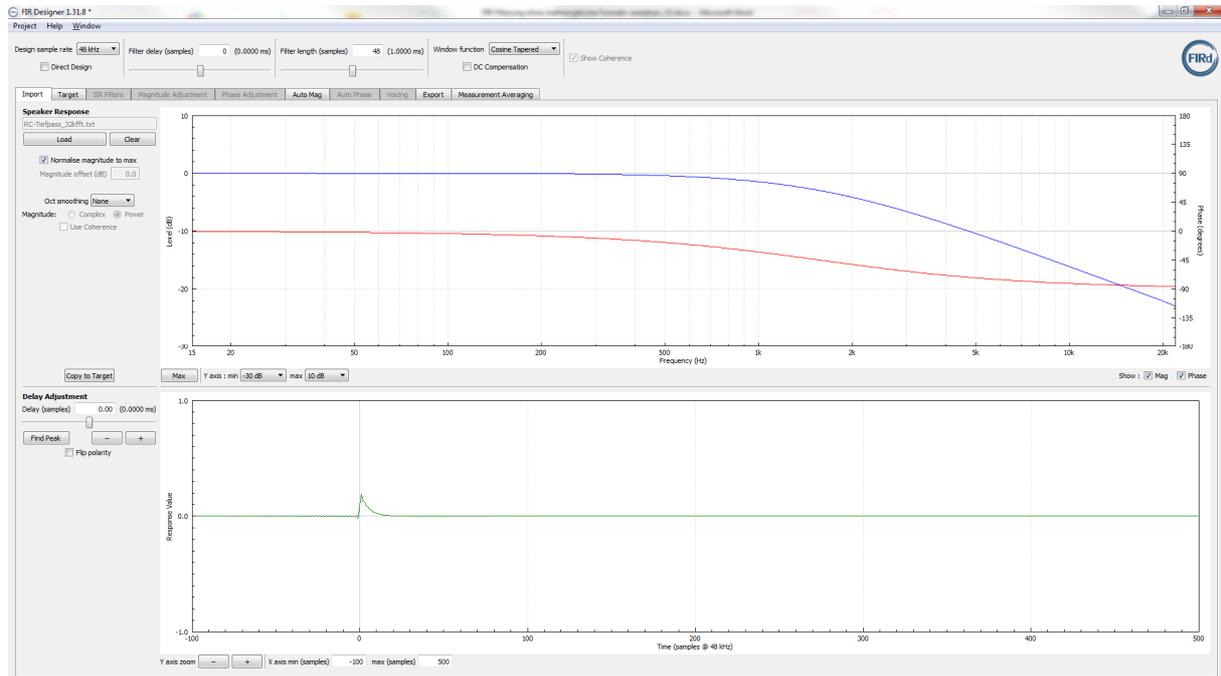


Abbildung 114, Tp 1,6kHz, 1. Ordnung, Importfenster mit Frequenz- und Impulsantwort

Gleich im Nachgang die Einstellungswerte des Korrekturfilters:

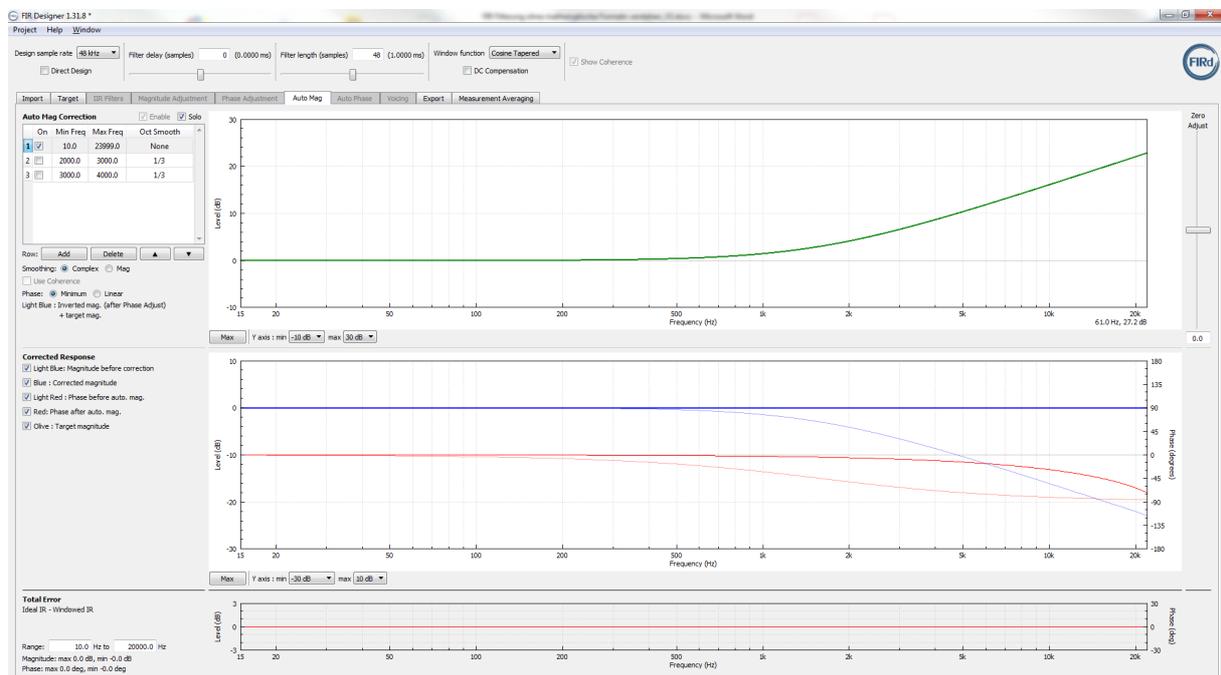


Abbildung 115, Tp 1,6kHz, 1. Ordnung, Korrektoreinstellung mit Korrekturkurve und Fehlerkurven, 0 Taps Delay!

Im mittleren Fenster ist das Ergebnis vorgezogen (unabhängig von der Koeffizientenanzahl), im unteren der Abweichungsfehler in Abhängigkeit der Koeffizientenanzahl. Hier ist keine Abweichung zu erkennen, sowohl die Anzahl Koeffizienten wie auch eine Latenz von 0 ergeben eine gute Korrektur. Kurze Erinnerung: Gute Korrektur bedeutet FIR-Korrekturfilter plus Strecke verhalten sich (fast) wie eine Strecke ohne jede Abweichungen von Eingangs- zu Ausgangssignal.

Unser FIR-Korrekturfilter mit seinen Koeffizienten und Frequenz-/Phasengang:

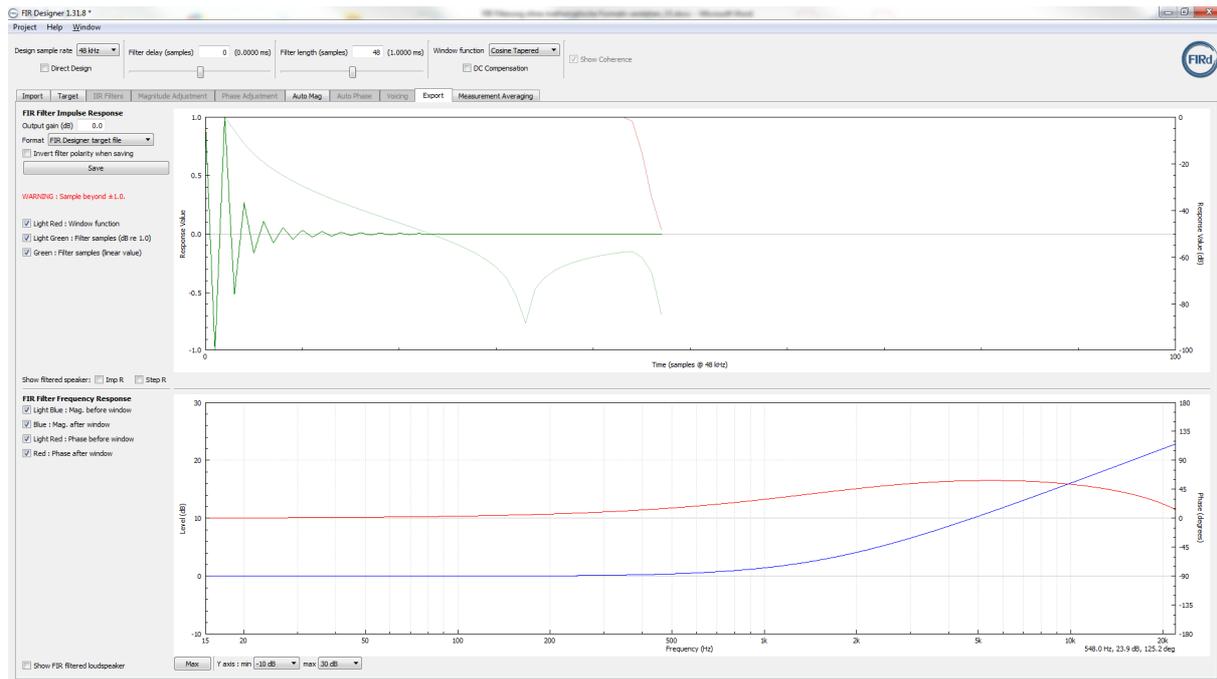


Abbildung 116, FIR-Korrekturfilter minimalphasig, Koeffizienten und Frequenzantwort

An sich müsste die Phase des Korrekturfilters auf $+90^\circ$ am Ende des Frequenzspektrum hochlaufen, jedoch ergibt sich dies nicht ohne bewusstes Erzwingen im Filterentwurf (dazu Kapitel 8.3.2).

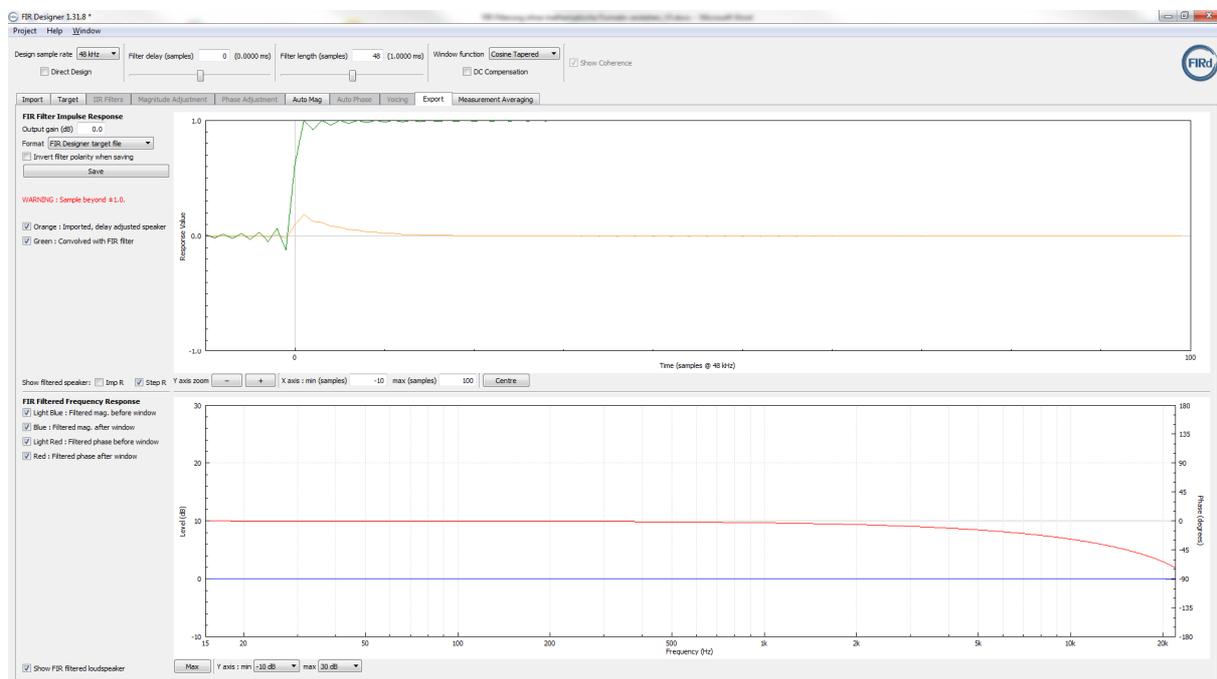


Abbildung 117, FIR-Korrekturfilter minimalphasig, Koeffizienten und Frequenzantwort

Die Sprungantwort sieht nahezu wie gewohnt bzw. erwartet aus, ebenso der glatte Frequenzgang. Die minimalphasige Entzerrung konnte den Phasengang schon leidlich gut korrigieren. Besonders zu beachten: Das minimalphasige FIR-Filter weist keine Latenz auf (0 Taps Delay)! Es entspricht in seiner Funktion unserer Vorgehensweise der Korrektur wie im Kapitel 3 beschrieben.

8.3.2 Minimalphasige FIR-Korrektur, Typ2

Wie in vorgehenden Kapitel 8.3.1 als vielleicht nicht ganz optimal anzusehendes Ergebnis, infolge der verbleibenden Phasendrehung am oberen Ende des Frequenzspektrums, möchten wir eine weitergehende Verbesserung erzielen. Möglich wird dies, indem wir ein Delay für das FIR-Filter zulassen und zusätzlich für die Phasengang im gleichen Frequenzbereich wie dem der Amplitudenkorrektur (Magnitude) eine Anpassung fordern:

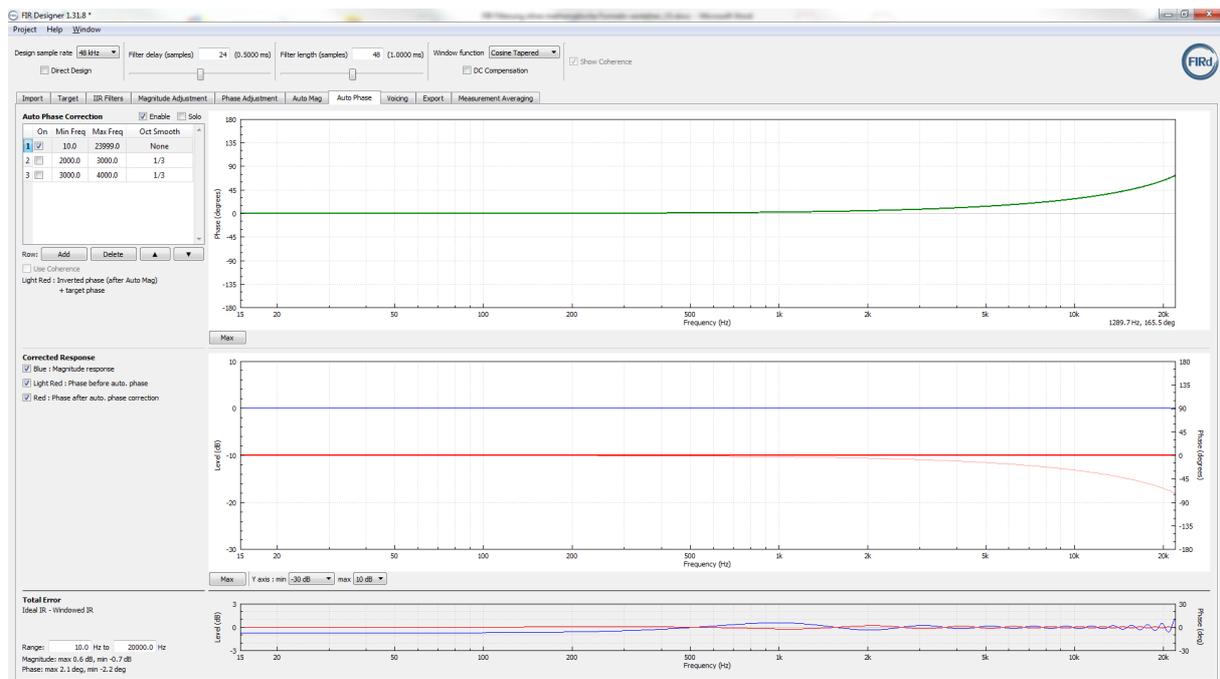


Abbildung 118, erweiterte minimalphasige Korrektur

Im unteren Fehlerfenster ist jedoch zu erkennen, dass wir mit 48 Koeffizienten gewisse Abstriche in der Genauigkeit der Korrektur machen müssen. Im Frequenzgang liegt ein geringer Abweichungsfehler bei niedrigen Frequenzen vor, nebst Welligkeit zu höheren hin. Die Phase scheint gut zu passen, wir schauen uns das Ergebnis im Exportfenster an (Reaktion des Gesamtsystems).

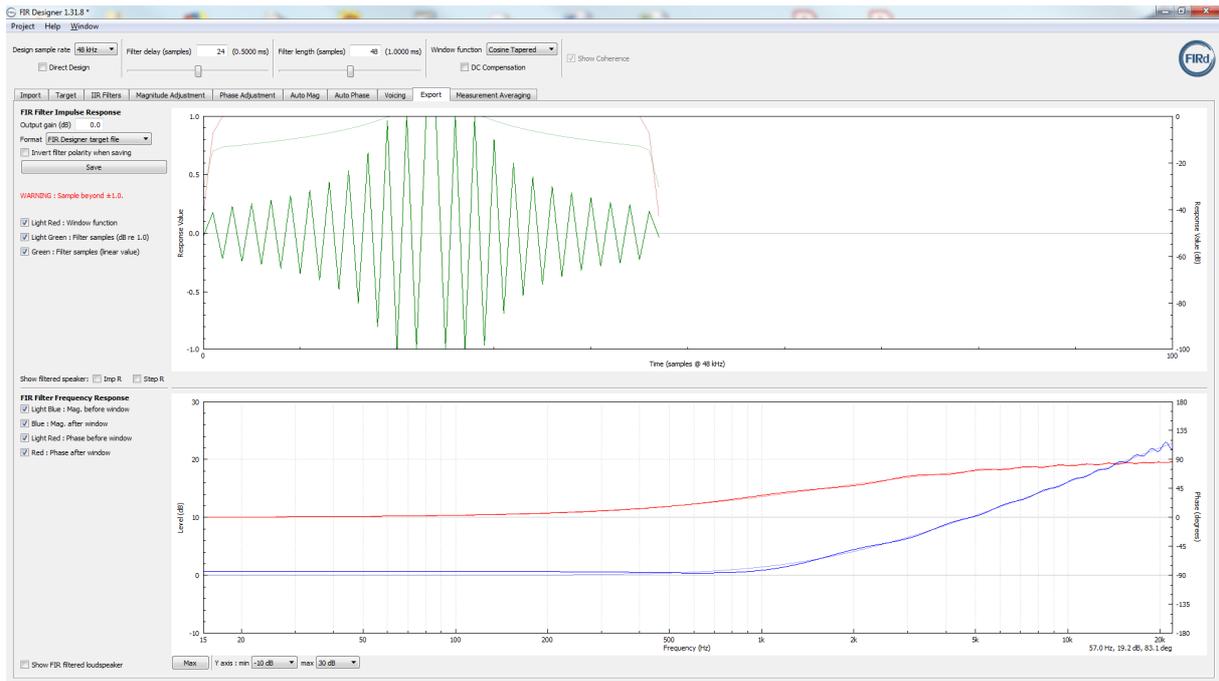


Abbildung 119, erweiterte minimalphasige Korrektur, Koeffizienten und Frequenzantwort

Hier ist die Abweichung von der theoretisch notwendigen Korrekturkurve ersichtlich. Im Frequenzgang deutlicher als im Phasengang. Hier liegen erstmals „symmetrische“ Filterkoeffizienten vor, dazu in Kapitel 8.3.3 etwas mehr. Nun das Verhalten des Gesamtsystems:

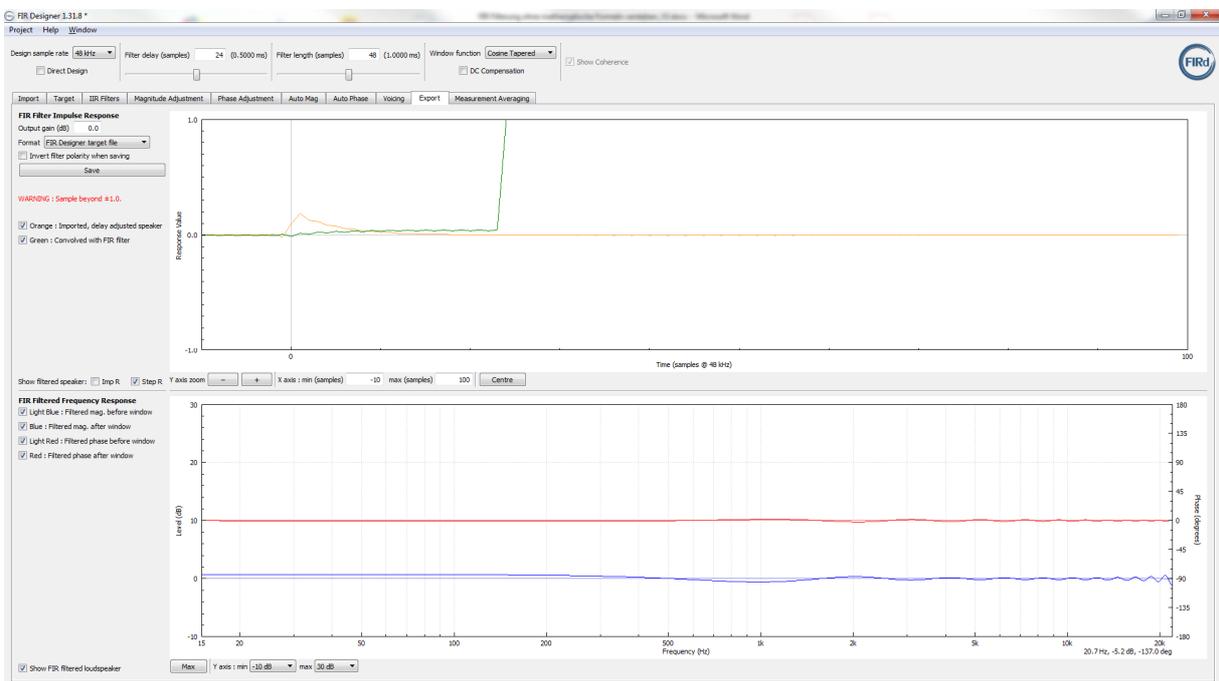


Abbildung 120, erweiterte minimalphasige Korrektur, Sprungantwort und Frequenzantwort

In der Sprungantwort schlägt sich die zu große Verstärkung bei niedrigen Frequenzen in einem „Überschreiten“ im Darstellungsfenster nieder.

Übrigens: Mit aktiver DC-Kompensation wäre hier ein besseres Ergebnis erzielbar, die Verstärkung für niedrige Frequenz würde 1, die Welligkeit dabei nur ganz gering ansteigen.

8.3.3 FIR-Korrektur mit Nullphasengang des Korrekturfilters

Diese Optimierung bedeutet für das Gesamtsystem, dass dessen Phasengang weiterhin dem der zu korrigierenden Strecke entspricht. Oder anders, das FIR-Filter selbst weist keinen eigenen Phasengang auf, lediglich eine feste Latenz. Es wird auf den Nachweis einer Nichtfunktionalität bei einem nur sehr kleinen Delay bzw. einem von 0 Taps verzichtet und wie üblich (und meist passend) ein Delay mit der Hälfte der Filterlänge gewählt. Dies hat ein sogenanntes symmetrisches FIR-Filter zur Folge, was dies ist, werden wir sehen.

Vorerst die Filtereinstellung für einen Nullphasengang des Korrekturfilters:

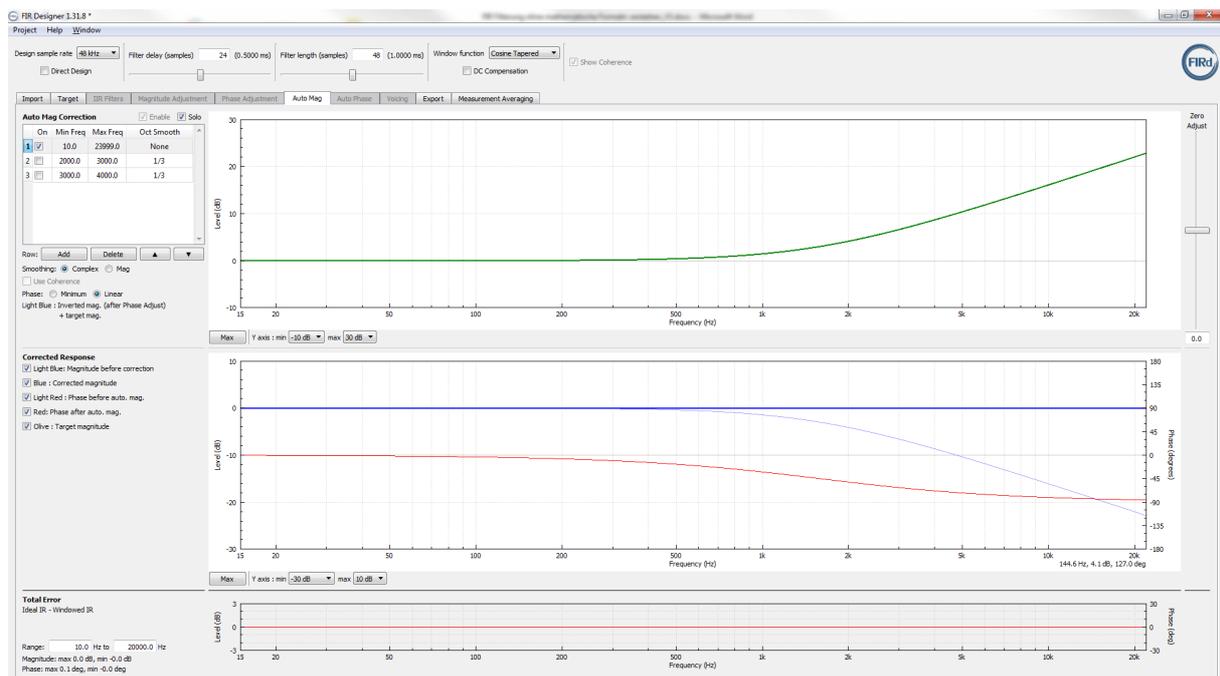


Abbildung 121, FIR-Korrekturfilter mit Nullphasengang des Korrekturfilters selbst

Wir haben bereits im vorgelagerten Abschnitt 8.3.2 für die Phase einen vom Frequenzgang abweichenden Verlauf gefordert, oder anders formuliert: Frequenzgang und Phasengang werden unabhängig voneinander auf die Zielvorgabe optimiert. Das ist DER Vorteil von FIR-Filtern gegenüber IIR-Filtern (der Nachbildung analoger Filter im Digitalen).

Die Umsetzung einer getrennten Optimierung von Frequenzgang und Phasengang erfordert jedoch grundsätzlich ein gewisses Delay. Im Allgemeinen kann als erste Einstellung das Delay auf halbe Filterlänge gesetzt werden, teilweise hat dies zur Folge, eine gewisse Erhöhung der Filterlänge für eine gleich gute Korrektur im Frequenzgang (gegenüber einfacher minimalphasiger Korrektur gemäß „Typ 1“) vernehmen zu müssen. Umgekehrt kann teilweise mit einem geringeren Delay als halber Filterlänge gearbeitet werden, alles abhängig von den Zielanforderungen.

Aus obigen Zusammenhängen folgt der „symmetrische“ Koeffizientensatz eines linearphasigen (Nullphasen-) FIR-Korrekturfilters, ähnlich wie im linearphasigen Gesamtsystems (folgendes Kapitel 8.3.4). Den Koeffizientensatz und die Frequenzantwort des nullphasigen FIR-Korrekturfilters:

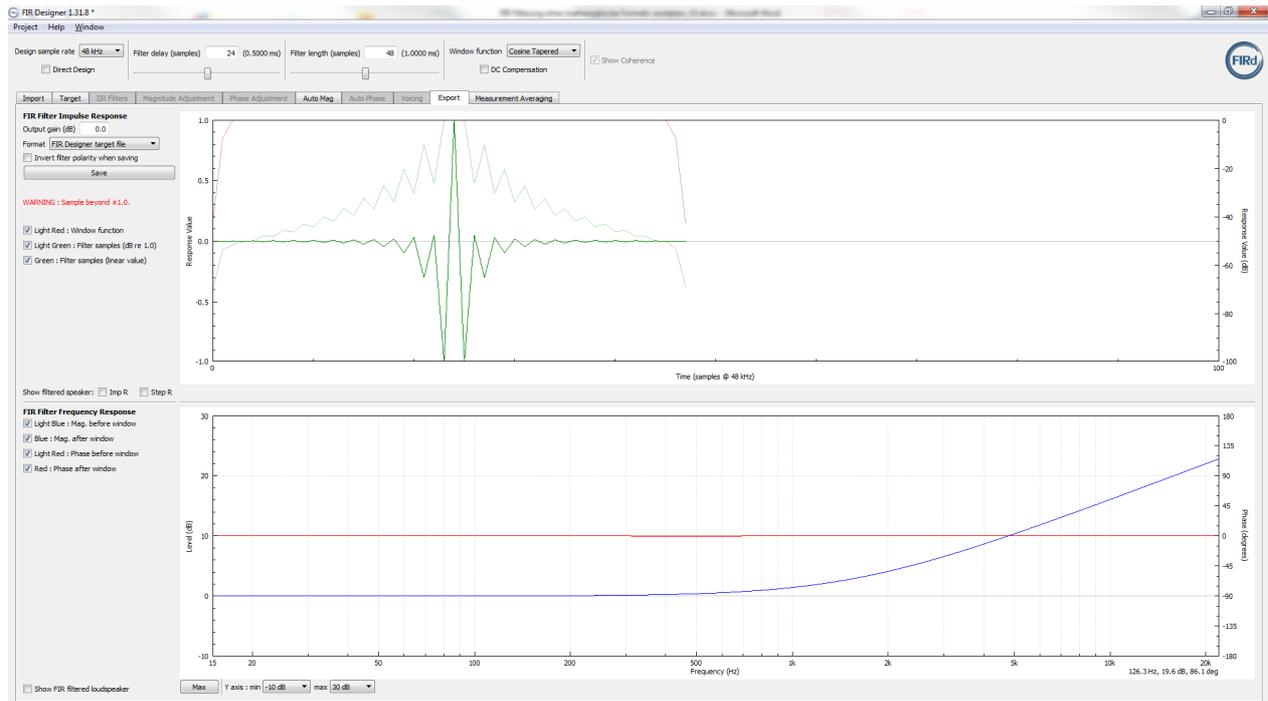


Abbildung 122, FIR-Korrekturfilter mit Nullphasengang, Koeffizientensatz und Frequenzantwort

Hier ist übrigens erkennbar, dass bei der Koeffizientengenerierung bis zum Ende des Frequenzspektrums im FIR-Filter die Phase jetzt wie gewünscht verläuft:

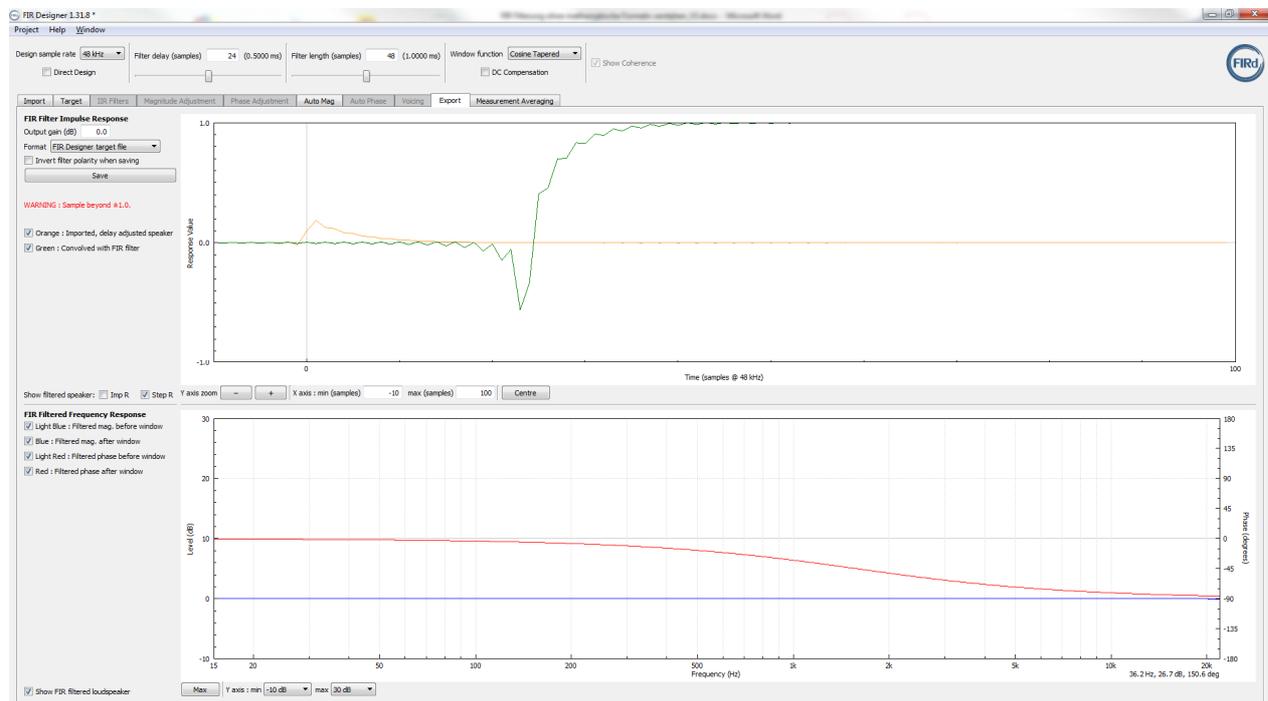


Abbildung 123, FIR-Korrekturfilter mit Nullphasengang, Sprungantwort und Frequenzantwort des Gesamtsystems

Vielleicht etwas unerwartet ist der negative „Einschwinger“ am Beginn der Sprungantwort. Dies ist aber recht einfach erklärbar, hohe Frequenzen haben im Gesamtsystem eine negative Phase. Mithin muss am Anfang der Sprungantwort (hier liegen hohe Frequenzen vor) zunächst ein Ausschlag in den negativen Bereich zustande kommen, mit Voranschreiten der Zeit greifen nur noch niedrigere Frequenzanteile, der Verlauf sieht gewohnter aus. Das Delay von 24 Taps ist gut sichtbar.

Es mag sich die Frage stellen, welchen Sinn es denn hat, eine Korrektur nur des Amplitudenganges (Frequenzganges) vorzunehmen und nicht auch des Phasenganges bzw. des zeitlichen Verhaltens einer Strecke?

Ein Beispiel dazu:

In Kapitel 8.1 wurde das Ausschwingen eines komplexen Systems (Hornlautsprecherkombination) unkorrigiert und korrigiert dargestellt. In Abbildung 107 war das unkorrigierte Ausschwingen zu sehen, jedoch ist es dort schwierig, für Frequenzen geringerer Wiedergabepegel (Hochton ca. 10dB geringer als Mittelton) dessen Ausschwingzeit korrekt zu erfassen (diese gehen entsprechend früh „unter“). Für die „lauten“ Frequenzen des Mitteltonbereiches sehen wir in dem Diagramm die Zeit (die Anzahl der Perioden), die diese benötigen bis sie nach Abschalten der Anregung um 40dB abgeklungen sind. Im leiseren Hochtonbereich kann die nicht passend nachvollzogen werden, da deren Wiedergabepegel niedriger ist, was zur Folge hat, dass dort nur die Zeit bis zum Abklingen um ca. 30dB nachvollziehbar wird. Für eine Qualitätsbeurteilung macht es aber Sinn, für jede Frequenz den gleichen Ausklingzeitraum bestimmen zu können. Aus diesem Dilemma kann uns eine rein frequenzgangbezogene Korrektur, die selber keine Phasengan aufweist, befreien.

Wird mittels eines phasengangneutralen FIR-Filters nur der Frequenzgang glatt gezogen, also ohne jede Beeinflussung des Zeitverhalten, so hat jede Frequenz den gleichen Ausgangspegel und das Ausschwingen ist nun entsprechend für alle gleich gut sichtbar. Der Hochtonbereich würde um ca.10dB angehoben, ferner noch die Restwelligkeit im Frequenzgang korrigiert.

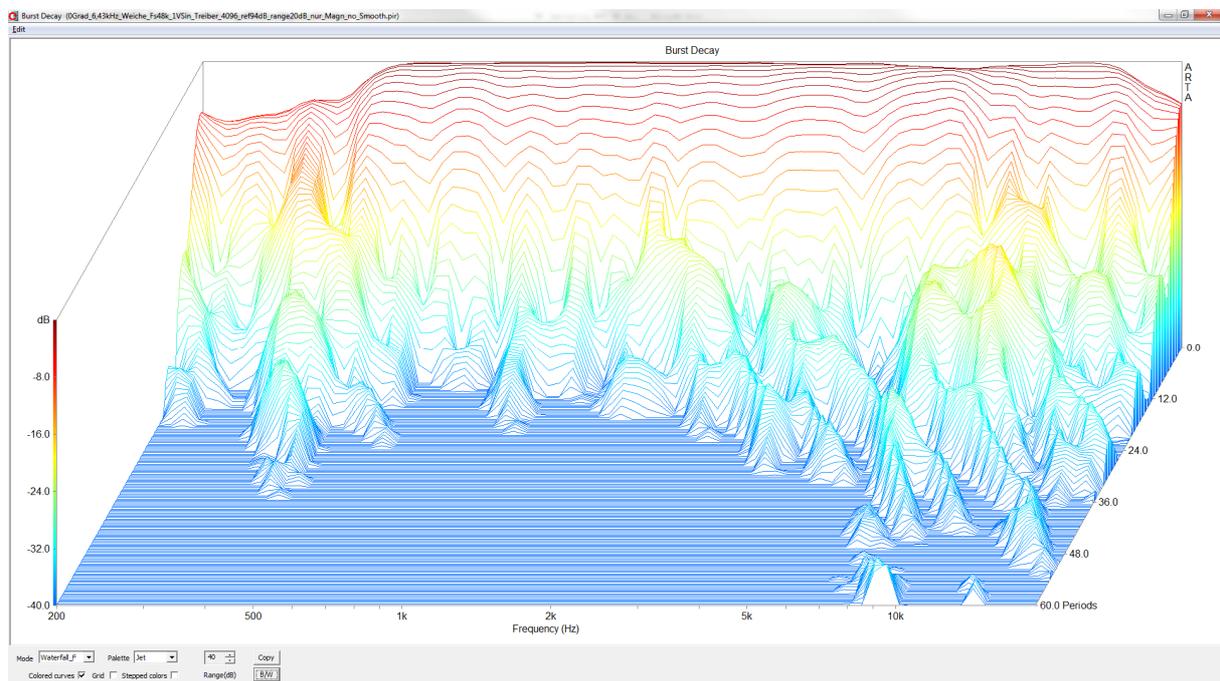


Abbildung 124, Hornsystem nur Frequenzgang korrigiert, Nullphasengang des FIR-Filters

Hier wird nun deutlich, wie der Hochtonbereich mehr Nachschwinger erzeugt als der Mitteltonbereich, was in Abbildung 107 noch anders schien. Ein FIR-Filter kann also auch als Messhilfswerkzeug in einer Analyse fungieren. In oberer Analyse wurde das Speisesignal für das Hornsystem korrigiert (realitätsnäher), es hätte aber auch der Messdatensatz des aufgenommenen Zeitsignals vor der Analyse durch das FIR-Filter bearbeitet werden können.

8.3.4 Linearphasige FIR-Korrektur

Unter linearphasiger Korrektur liegt die Zielauslegung des FIR-Korrekturfilters in einem linearen Phasengang (z.B. Nullphasengang) des Gesamtsystems. Die Einstellungen des FIR-Designtools entsprechen weitgehend denen der „Minimalphasigen Korrektur Typ 2“, lediglich für die Zielphase wird nicht mehr Minimum sondern Linear angewählt. Darüber hinaus zeigt sich auch hier eine Abweichung der Verstärkung von 1 bei niedrigen Frequenzen, entsprechend macht es Sinn mit einer aktiven DC-Kompensation zu arbeiten. Die Einstellungen und Zwischenergebnisse :

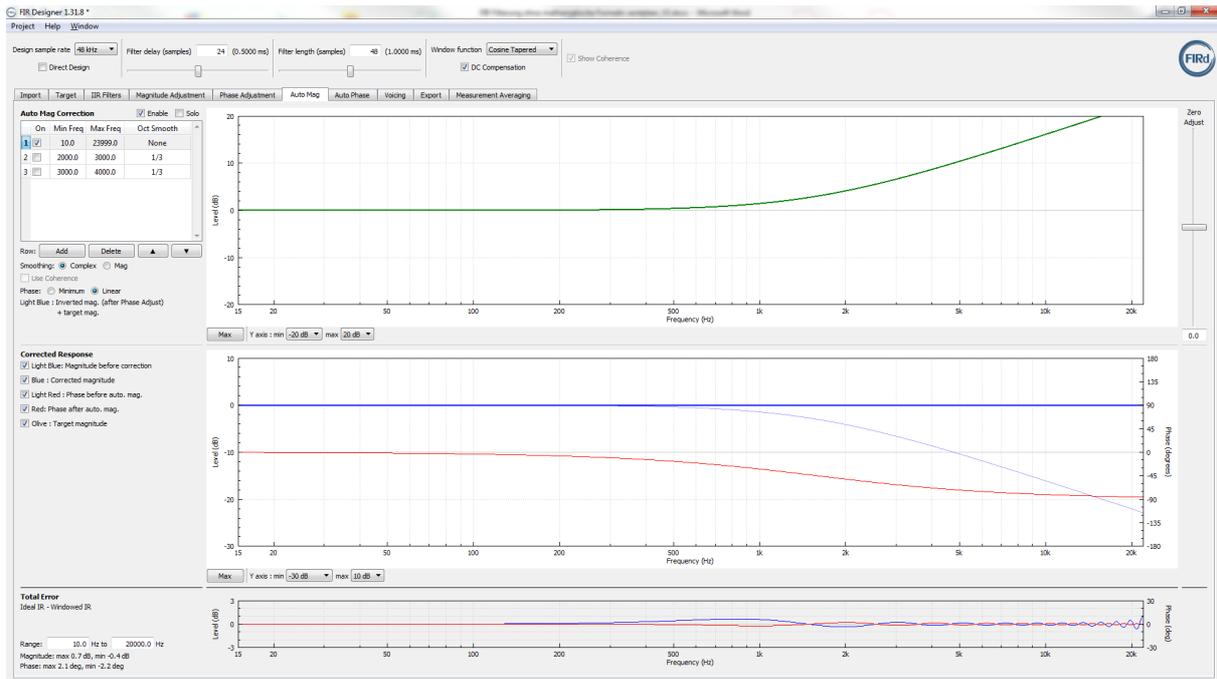


Abbildung 125, FIR-Korrekturfilter mit Nullphasengang des Gesamtsystems,

Das Error-Fenster verrät uns das Vorhandensein einer gewissen Abweichung vom gewünschten Ziel, die Verstärkung im unteren Frequenzbereich konnte aber auf 1 gezwungen werden.

Schauen wir uns die Sprungantwort und Frequenzantwort des korrigierten Gesamtsystems an, so dürfte diese vielleicht noch etwas Verbesserung erfahren.

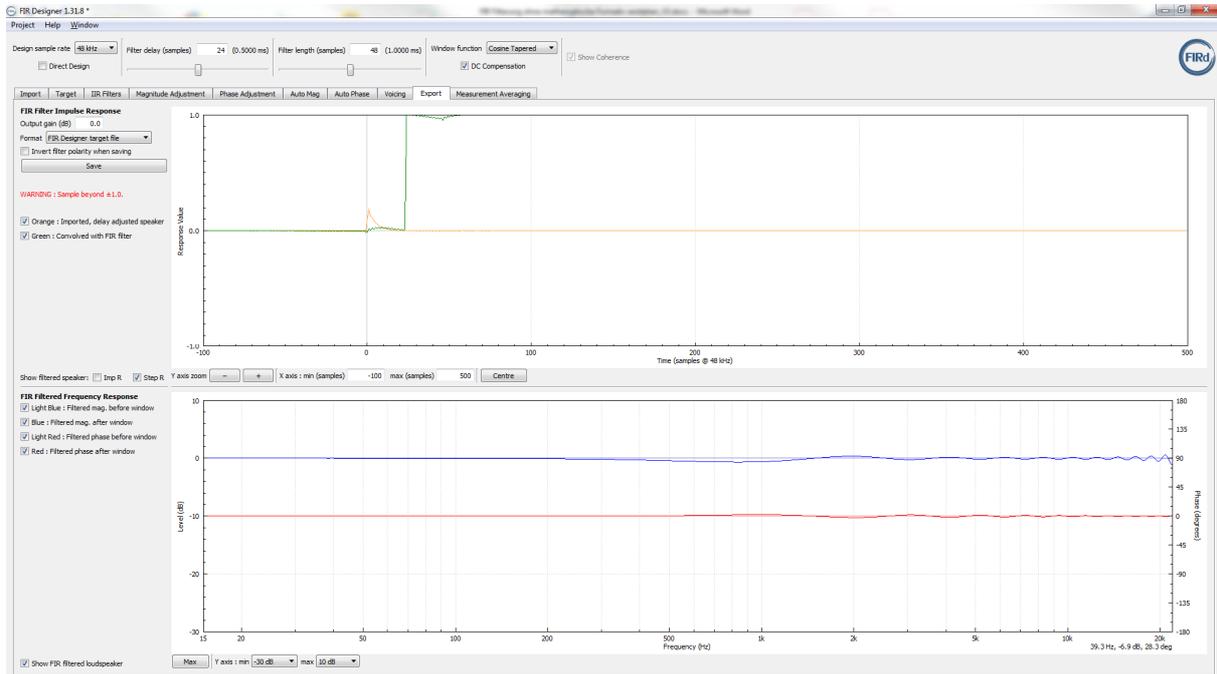


Abbildung 126, FIR-Korrekturfilter mit Nullphasengang des Gesamtsystems, Sprung- und Frequenzantwort Gesamtsystem

Um ein besseres Ergebnis erzielen zu können, erhöhen wir die Anzahl der Koeffizienten auf 32/64:

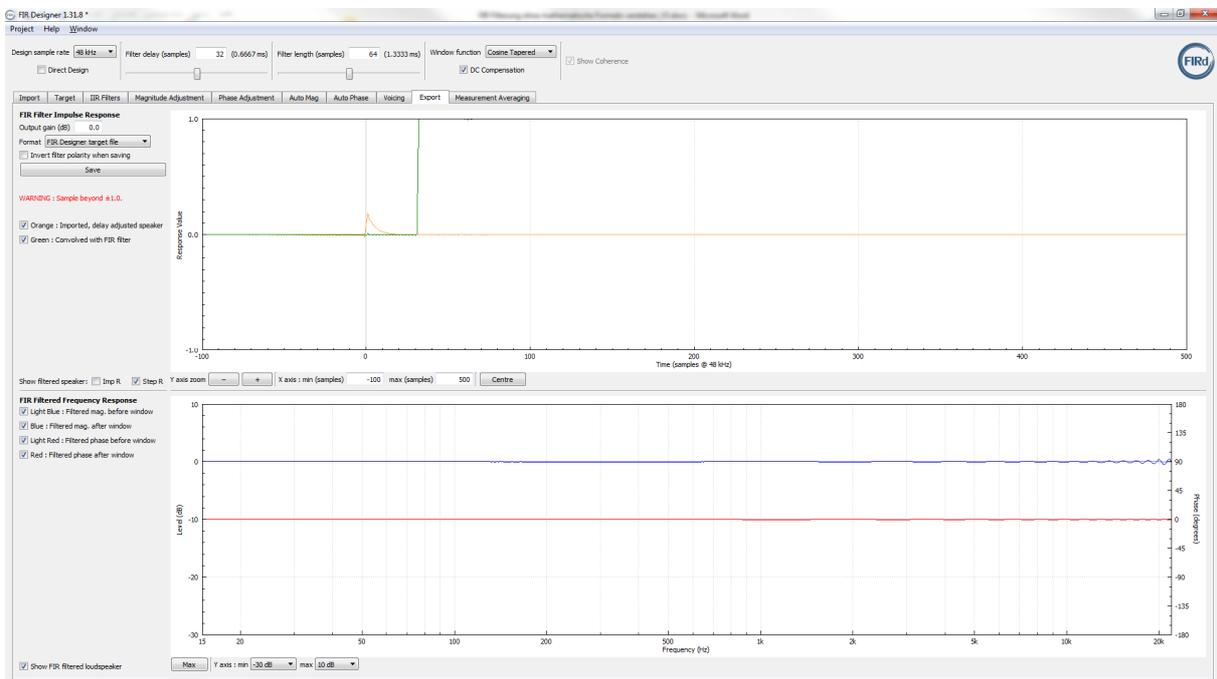


Abbildung 127, FIR-Korrekturfilter wie Abbildung 126, jedoch 64 Taps Länge und 32 Taps Delay

Dies Ergebnis dürfte als sehr zufriedenstellend angesehen werden. Der Vollständigkeit halber noch ein Blick auf den Koeffizientensatz und die Frequenzantwort des FIR-Korrekturfilters:

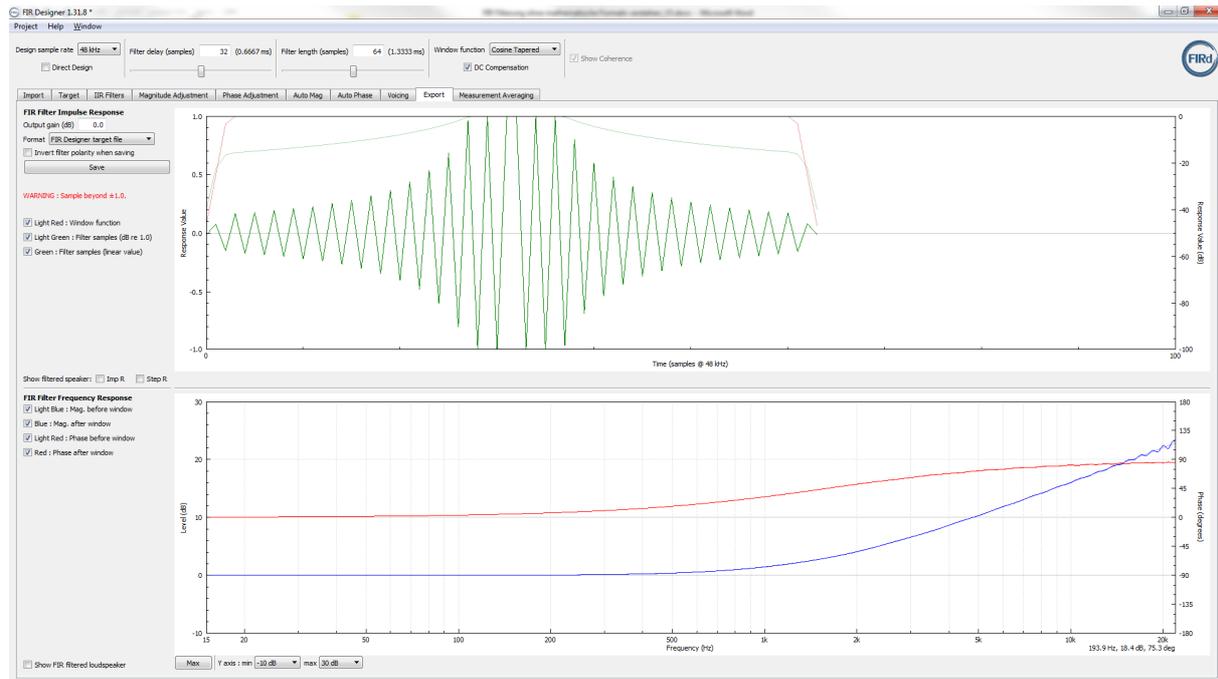


Abbildung 128, FIR-Korrekturfilter wie Abbildung 127, Koeffizientensatz und Frequenzantwort

Auch hier findet sich wie bei allen FIR-Filtern, bei denen der Phasengang vom Frequenzgang entkoppelt optimiert wird, der typische „symmetrische“ FIR-Koeffizientensatz. Leider ermöglicht FirDesigner keine Darstellung der Koeffizienten mit Werten > 1. Um einen besseren Einblick in den Koeffizientensatz insbesondere wegen der „Symmetrie“ zu erhalten, wurden die Koeffizienten über Excel visualisiert:

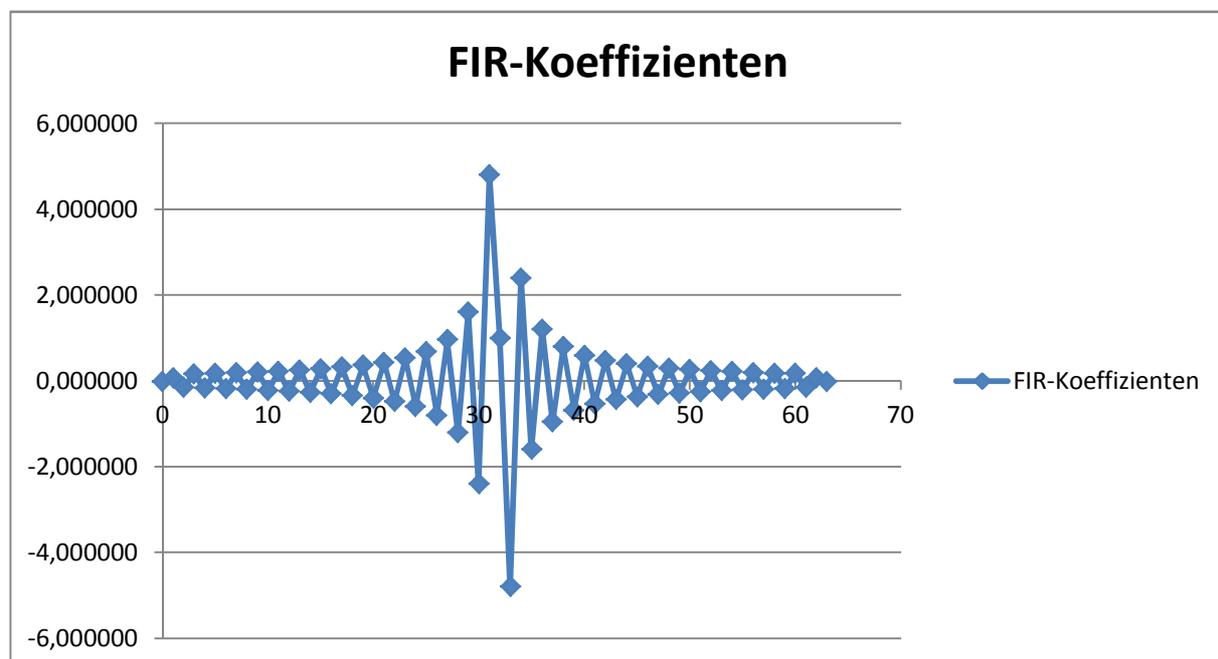


Abbildung 129, FIR-Koeffizientensatz gemäß Abbildung 127

Die „Symmetrie“ erinnert ein wenig an den symmetrischen Koeffizientensatz aus Kapitel 7.1 (Abbildung 102) oder Kapitel 8.3.3 (Abbildung 122), nur hier mit einer Punktspiegelung um die Mitte des Koeffizientensatzes. Die Koeffizienten sind nicht exakt gleich gespiegelt (also schlicht Negierung ihrer Polarität), sie differieren auch gering in ihrem Wert selbst. So typisch sehen die Koeffizientensätze aber nur bei recht einfachen Strecken wie unseren Tief-/Hochpässen etc. aus.

8.4 Eine versteckte Stolperstelle bei FIR-Korrekturen

Zurück zu den etwas ernsteren Systemkorrekturen (z.B. Hornsystem Kapitel 8.1). Das genutzte Filterentwurfsprogramm FIR-Designer (andere arbeiten vergleichbar) sorgt bei der Korrektur entsprechend den Zielerfordernissen dafür, dass sich die „Energieanteile“ der verschiedenen Frequenzen in deren zeitlichen Ablauf im Zeitpunkt 0 sammeln, wobei der Zeitpunkt 0 unbedingt mittels einer Verzögerung (Delay) nach hinten verschoben werden muss. Warum ist diese Betrachtung so wichtig, macht doch ein Filterentwurfsprogramm das (halbwegs) ohne aktives Zutun?

Solang das gesamte Übertragungsband mittels eines FIR-Filters korrigiert werden soll, wird es keine Probleme geben. Wird jedoch nur ein Teil des Übertragungsbandes korrigiert, kann es zu Problemen kommen.

Um die Koeffizientenanzahl für ein hochwertiges Korrekturergebnis in Grenzen zu halten, sollte nicht einfach drauf los optimiert werden. Ganz entscheidend ist, wie stark Korrekturen am Einsatzpunkt (Einsatzfrequenz) des FIR-Korrekturfilters ausfallen. Pegel- und besonders Phasensprünge wirken sich hier ausgesprochen negativ aus. Wir konzentrieren uns auf die zeitlich sehr negativen Folgen bei ungünstiger Phasensituation. Die Ausgangssituation:



Abbildung 130, Phasendurchgang bei 450Hz Filtereinsatzfrequenz auf 0° mittels Delay gezwungen

Nach dem Import des Messdatensatzes zur Hornkombination wurde dafür gesorgt, dass auf der gewünschten Einsatzfrequenz des FIR-Korrekturfilters von 450 Hz die Phase keinen Sprung gegenüber 0° (spätere Zielphase) aufweist, erzielt durch ein Delay von 40Taps. Ohne dieses hätte es hier einen Phasensprung 130° auf 0° gegeben. Grund: Muss das FIR-Filter nicht schon auf dessen Einsatzfrequenz große Abweichungen korrigieren, so ergibt sich später ein wesentlich glatterer Frequenz und Phasenverlauf in dessen Umgebung (bzw. können weniger Koeffizienten verwendet werden).

Exemplarisch soll nun jedoch nur der Mitteltonfrequenzbereich des Hornsystems von 450Hz bis 6kHz einer Korrektur in Frequenzgang und Phase (minimalphasig) unterzogen werden. Wie weiter zuvor angedeutet, ist auch der Übergang im Frequenzgang hinsichtlich geringer Anforderungen an die FIR-Filter optimiert, auf der Einsatzfrequenz liegt kein Pegelsprung und auch keine Steilheitsänderung vor. Unsere Korrektur sieht folgendermaßen aus:

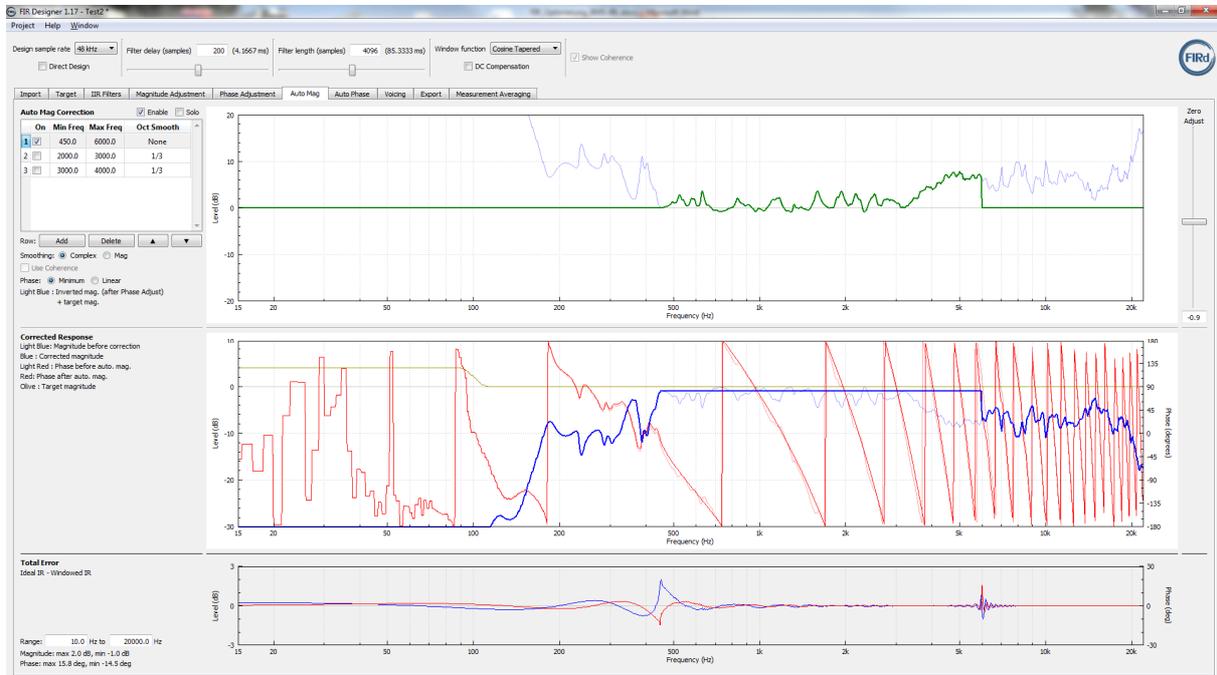


Abbildung 131, Korrekturstellung mit Fehlerfenster

Im oberen Fenster sehen wir grün den Pegelverlauf des Korrekturfilters, im mittleren Fenster den Pegelverlauf des korrigierten Hornsystem und im unteren Fenster die Fehlerabweichung. Auf der Einsatzfrequenz des Korrekturfilters läuft das Gesamtsystem (also Filter plus Horn) recht ruhig in den Korrekturbereich hinein, ohne große Pegelsprünge. Ohne Anpassung der Phase wie oben beschrieben, lagen dort sowohl in Pegel wie Phase große Abweichungen bei starker Welligkeit vor. Vielleicht irritiert im mittleren Fenster zunächst, dass der Phasengang nicht glatt ist, dies ist Folge der nur minimalphasigen Korrektur (keine 0° Korrektur). Minimalphasige Korrektur bewirkt eine Glättung des Phasenganges, der aber in seinem Grundverhalten bestehen bleibt. Bei minimalphasiger Korrektur kann übrigens mit einem wesentlich kleineren Delay (s.o. 200 Taps) für das FIR-Filter gearbeitet werden als bei linearphasiger. Wenn keine nennenswerten Latenzen zulässig sind, aber eine Phasenkorrektur erforderlich, ist dies ein ggfs. guter Kompromiss.

Doch wo soll nun die „Stolperstelle“ liegen bzw. welche Auswirkung soll diese haben?

Dazu müssen wir und das zeitliche Verhalten des korrigierten Systems ansehen, anhand des reinen Frequenz und Phasenganges erschließt sich die Problematik nicht. Wir schauen uns das Filterverhalten an:



Abbildung 132, Impuls- und Frequenzantwort des FIR-Filters bei reiner Mitteltonkorrektur 450Hz - 6kHz

Zunächst kann im unteren Fenster nochmal das „sanfte“ Einlaufen der Frequenzganges in den Korrekturbereich nachvollzogen werden (wie schon im Fehlerfenster absehbar). In der Impulsantwort, grüne Kurve, erhalten wir aber vollkommen unerwartet zwei Impulse! Das passt nun überhaupt nicht zu einer zielgerichteten Korrektur, bei der nur ein Impuls herauskommen sollte.

Im Fenster der Impulsantwort des FIR-Filters ist vorn in Orange die unkorrigierte Impulsantwort des Hornsystems erkennbar. Würde zum Zeitpunkt 0 eine Impulsanregung an das System gelegt, täte das Hornsystem nach ca. 40 Taps reagieren (entsprechend der künstlich erzeugten Verzögerung Abbildung 130). Für unser FIR-Filter haben wir als Delay 200 Taps gewählt, entsprechend liefert unser generiertes FIR-Filter nach 200 Tap sein Impulsmaximum. Hier ist gut erkennbar, dass keine ganz hohen Frequenzen vom Filter bearbeitet werden, sonst sähe dieser Impuls steiler aus. Und nun folgt das „Paradoxe“, der nicht vom Korrekturfilter bearbeitete Frequenzbereich (dessen Impuls) erscheint erst nach 240 Taps.

Dieser Effekt, besser gesagt dessen Auswirkung, wurde seinerzeit bei der Messung des Hornsystems im Frequenzgang mit Zeitverhalten (Ausklingspektrum 3D Burst-Decay) entdeckt. Dort ergab sich die Situation eines erst erscheinenden Mitteltonbereiches und eines später durchlaufenden Hochtonbereiches. „Paradox“ wirkte schlicht der Umstand, dass die Frequenzen, welche einer Berechnung unterzogen wurden, zuerst das Gesamtsystem passierten und erst danach die, die keiner Bearbeitung an Hand fielen. Wurde nur der Frequenzgang gemessen, war dieser perfekt.

Es ist somit bei nur Teilbereiche betreffenden Korrekturen große Sorgfalt hinsichtlich der zeitlichen Lage des Streckenimpulses zu wahren, wenn dieser vom Referenzpunkt 0 abweicht.

9 Zusammenfassung

In den ersten Kapiteln durften wir (hoffentlich) feststellen, dass FIR-Filter in ihrer Grundfunktion eher einfach aufgebaute Konstrukte sind. Deren Grundstruktur, die Integration über die Impulsantwort einer Strecke, eignet sich gut für die für Rechnerkerne wenig aufwendigen Rechenoperationen von Multiplikation und Summation. Eine einfache und schnelle Signalverarbeitung ist damit gegeben.

Ein kurzer Anriss hinsichtlich der Nachbildung von verschiedenen Strecken (Tief-, Hochpässe sowie einer aufwendigen sich aus dem Übertragungsverhalten aus einer Hornkonstruktion ergebenden) konnte die vielfältigen Möglichkeiten von FIR-Filtern aufzeigen. Ferner ergab sich dank FIR-Filtern erstmals ein Weg, den Frequenzgang eines Systems unabhängig vom Phasengang zu definieren. Eine Möglichkeit, die der analogen Welt verborgen bleibt.

Ferner ergab sich eine Andeutung hinsichtlich der Leistungsfähigkeit von FIR-Filtern zur Korrektur vergleichsweise schlechter (Wiedergabe-) Systeme. Mit ihnen ist es möglich, bei bekannten Streckeneigenschaften diese im Sinne einer „Vorabkorrektur“ einer merklichen Verbesserung zu unterziehen. Dabei beschränkt sich das nicht nur auf Systeme mit einem konstanten Fehlverhalten, sondern es kann sogar mittels sogenannter adaptiver FIR-Filter automatisiert auf Veränderungen im Verhalten komplexer Systeme reagiert werden. Im Wesentlichen sind FIR-Filtern Grenzen nur durch im Filter entstehende Laufzeiten gesetzt, die auch mit einer Erhöhung der Rechenleistung nicht minimiert werden können.

Abschließend, dies ist die Hauptintention des Autors, dürfte festgehalten werden, dass FIR-Filter in ihren Funktion und Wirkungsweise durchaus ohne aufwendige mathematische Formeln nachvollziehbar sind.

10 Literaturverzeichnis

Bost, Dipl.-Ing. Mattias. (2019). *FIR-basierte Optimierung einer Hornkombination*. Von

<http://bost.staff.jade->

[hs.de/Veroeffentlichungen/FIR_basierte_Optimierung_einer_Hornkombination.pdf](http://bost.staff.jade-hs.de/Veroeffentlichungen/FIR_basierte_Optimierung_einer_Hornkombination.pdf)

abgerufen

de Queiroz Tavares, Marina. (2007). *FIR- und IIR-Filterentwurf, Kapitel 5 Skript Digitale*

Signalverarbeitung. Von https://home.zhaw.ch/~dqt/dsv1/vorlesung/dsv1kap5_filter.pdf

abgerufen

Lange, Prof. Dr.-Ing. Tatjana. (2002). *Etwas Signal- und Systemtheorie "for Dummies"*. Von

<http://www.iks.hs-merseburg.de/~tlange/pdf/Etwas%20Signal->

[%20und%20Systemtheorie.pdf](http://www.iks.hs-merseburg.de/~tlange/pdf/Etwas%20Signal-%20und%20Systemtheorie.pdf) abgerufen

Zum Autor:

Der Autor ist als Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Jade Hochschule im Bereich Mikrocomputer-technik, Signalverarbeitung aber auch Analog-/Audiotechnik tätig. Hobby (Musikhören) und Beruf finden hier eine gewisse Überschneidung. Folglich wird die Anwendung der theoretischen Möglichkeiten in der realen Umsetzung gern einer kritischen Würdigung unterzogen. Wohlwissend, dass was technisch besser ist auch stets besser klingt, oder anders, eine Portion Selbstbetrug ist stets mit im Spiel.

An die Audiotechnik kam der Autor in jungen Jahren durch viel Musikhören. Insbesondere betraf dies den Lautsprecherbau, da in Ende der 70er Jahre wirklich gut klingende und pegelstarke Lautsprecher kaum verfügbar waren und wenn zu seinerzeit unerreichbaren Preisen. Zunächst entstanden durch „Abschauen“ und Experimentieren mit erschwinglichen Komponenten, kritischer Haltung gegenüber Herstellerangaben, erste Systeme mit ausreichend „Dampf“ im Tiefton und Hochtonbereich, die nicht beim ersten „Aufdrehen“ dahinschieden (hauptsächlich weil das verfügbare Geld dies gar nicht zugelassen hätte). Bald wurde auch ein Ohrenmerk auf den Mitteltonbereich geworfen, was bei passiven Konstrukten nicht ganz unproblematisch war, finanziell wie technisch.

Aus obigem Interessensgemenge geriet der Autor 1982 ans Studium der Elektrotechnik mit Schwerpunkt Nachrichtentechnik. In diesem Zusammenspiel erfolgte konsequenterweise schnell der Umstieg auf aktive Lautsprechersysteme bestehend aus selbstgebauter, modularer Aktivfrequenzweiche und separaten gebrauchten Endstufen und natürlich den Lautsprecherkomponenten. Ein erster klanglicher Durchbruch gelang dank dieses Aktivkonzeptes, u.a. wegen der einfachen Testmöglichkeiten in Sachen Trennung (Aktivweiche mit Frequenzmodulen, EQ-Korrekturmodulen) und „on the fly“ Pegelanpassung (Potentiometer in der Aktivweiche).

Mit noch stark auf den Bassbereich gerichtetem Ohrenmerk wurde zusammen mit einem Studienfreund die Thiele & Small Theorie zu Basssystemen in ein eigenes Programm gegossen, um Bassgehäuse frei abstimmen zu können und sich nicht an „Tabellen“ halten zu müssen. Die Möglichkeiten der nun freien Parametrierung verhalfen ferner zur Einsicht, dass viel nicht immer viel hilft.

Das eigene Audiosystem entwickelte sich in Evolutionsschüben, wobei vereinfacht gesagt werden kann, es wurde stets raumgreifender und leistungsstärker. Hörschwerpunkt war und ist weitgehend elektronisch geprägte Musik, da auch etwas Klassik ins Hörrepertoire Einzug hielt, war alsbald nicht mehr nur „schön laut“ gefordert sondern auch „schön und laut“. Inzwischen wird in weitgehend digitalisierter Wiedergabestrecke in der letzten Evolutionsstufe nun auch die Möglichkeit der FIR-Korrektur genutzt.

Der Autor ist nicht nur heimisch audio-affin, ein gewisser Kontakt in den Bereich der professionellen Beschallung ist gegeben. Hauptinteresse liegt im Sektor der Tieftonwiedergabe in großen Systemen (Endfire-, beamforming gesteuert bis hin zu cardiodbasiertem System), verbunden mit der Thematik, den Schall auch an Orten zu hören, wo er nicht gewünscht ist. Ein Arbeitsfeld, das bisher nur wenig Beachtung findet und entsprechend wenige Lösungen aufzeigt.